

河川堤防への降雨浸透と浸潤状態予測に関する 一斉解析からの知見

新清 晃¹・西村 聡²・藤澤 和謙³・竹下 祐二⁴・河井 克之⁵・
佐古 俊介⁶・森 啓年⁷・山添 誠隆⁸・太田 雅之⁹

¹正会員 応用地質株式会社流域・水資源事業部 (〒331-8688 埼玉県さいたま市北区土呂町2-61-5)
E-mail: shinsei-akira@oyonet.oyo.co.jp

²正会員 北海道大学准教授 大学院工学研究院 (〒060-8628 北海道札幌市北区北13条西8丁目)
E-mail: nishimura@eng.hokudai.ac.jp

³正会員 京都大学准教授 大学院農学研究科 (〒606-8224 京都府京都市左京区北白川追分町)
E-mail: fujik@kais.kyoto-u.ac.jp

⁴正会員 岡山大学教授 大学院環境生命科学研究科 (〒700-8530 岡山県岡山市北区津島中3-1-1)
E-mail: yujitake@cc.okayama-u.ac.jp

⁵正会員 近畿大学准教授 理工学部社会環境工学科 (〒577-8502 大阪府東大阪市小若江3丁目4-1)
E-mail: kkawai@civileng.kindai.ac.jp

⁶正会員 財団法人国土技術研究センター河川政策グループ (〒105-0001 東京都港区虎ノ門3-123)
E-mail: s.sako@jice.or.jp

⁷正会員 山口大学准教授 大学院創成科学研究科 (〒755-8611 山口県宇部市常盤台2-16-1)
E-mail: mori@yamaguchi-u.ac.jp

⁸正会員 秋田工業高等専門学校准教授 創造システム工学科 (〒011-8511 秋田市飯島文京町1-1)
E-mail: yamazoe@akita-nct.ac.jp

⁹正会員 株式会社ダイヤコンサルタント関東支社 (〒331-8638 埼玉県さいたま市北区吉野町2-272-3)
E-mail: m.oota@diaconsult.co.jp

洪水時の河川堤防安定性照査には、事前降雨を想定し、不飽和浸透流解析により堤体内の水圧状態を予測する過程が含まれ、その結果は堤体の浸透破壊、堤体・基盤層のパイピング破壊、非洪水時の堤体変状に対する安定性評価などに適用される。本論文では、堤体への降雨浸透に対する不飽和浸透流解析の適用性と、適用時の実務上の注意点を抽出するため、土木学会地盤工学委員会堤防研究小委員会WG2で検討してきた内容と、その中でも特に一斉数値解析からの知見をまとめた。Richards式を適切にコーディングした不飽和浸透流解析は、非線形の強い問題でも、空間・時間離散化などユーザー側の判断には大きく依存せず、実務上問題のない精度で解を得られること、同一断面問題に対する解析結果の相違は断面・降雨入力等の解釈やモデル化に由来することが示された。

Key Words: river levee, rainfall, infiltration, seepage analysis, stability

1. 序論

我が国における洪水時の河川堤防安定性照査では、「河川堤防設計指針」¹⁾・「河川堤防の構造検討の手引き」(以降、「手引き」)²⁾にしたがい事前降雨を想定し、堤体断面の調査・モデル化や不飽和浸透流解析などによって想定堤防断面への降雨浸透過程を再現しつつ、後続の河川水位上昇への堤体内水理応答を算出する。こ

のように求められた堤体内水位(浸潤面位置)と間隙水圧分布は、堤体の浸透破壊や堤体・基盤層のパイピングといった力学的不安定化の評価に直接利用されるため、その精度を理解することは防災工学上極めて重要である。また、非洪水時においても、浸潤面が高く保たれることは堤体の安定性上好ましくなく、堤体材料が細粒分を多く含む軟弱な場合には長期的変状につながり³⁾、砂質土からなる場合には、2003年十勝沖地震や2011年

東北地方太平洋沖地震の際に見られたように、地震動によって堤体そのものの液状化・大規模流動崩壊を引き起こしかねない^{4,5,6,7}。よって、想定される降雨に対して堤体内の水理状態を長期・短期ともに精度良く再現・評価するための手法として、不飽和浸透流解析の役割は大きい。しかし、不飽和浸透は非線形性の強い問題であり、降雨浸透と下方排水のバランスにより常時変動する解は一般に解析的に求めることは叶わず、解析結果の妥当性について実務技術者が判断できる基となる材料は限定的である。浸透流解析コードはブラックボックスとして使われることが多く、ツール（コードおよびプリ・ポストプロセッサ）選択や、離散化・条件設定など問題のモデル化におけるユーザー判断に対してロバストな結果が得られているのか追求することは工学的に意義深い。また、純粋な数値解析上の精度の問題とは別に、「手引き」の手法で実際に観測される水位・水圧を再現できるか、という観点では、著者らが個別事例に対して検証を進めているが^{8,9}、まだ事例数が限定的である。

上記の背景のもと、土木学会地盤工学委員会堤防研究小委員会では2012年よりWG2（「堤体内浸潤線の再現WG」）を設置し、堤体内への降雨浸透の計測・再現解析に関わる技術事項を広く議論・検討してきた。中でも、国土交通省東北地方整備局の協力のもと阿武隈川堤防において堤体内水位の長期観測を実施するとともに、有志の委員で数次にわたる一斉解析を行い観測挙動の再現を試み、これらからの知見をとりまとめた。いずれの委員による解析も、その根幹は共通の非定常不飽和浸透流理論に基づいている一方で、支配方程式の解法や数値積分法、また堤防断面や降雨入力モデル化は完全に統一せず、種々のレベルで統一条件を課した。これらの一斉解析シリーズからの知見をとりまとめることは、数値解析手法のValidation & Verification¹⁰という観点から意義があるのみでなく、堤体への降雨浸透という実問題に浸透流解析を適用する際のピットフォール炙り出しにもつながる。このような試みは、例えば軟弱地盤上の圧密沈下解析などでは以前から行われている¹¹。

本論文は、以下を議論・報告することを目的とする。まず、降雨浸透への適用を意識しながら不飽和浸透流解析手法を概観し、異なる離散化手法（有限要素法・有限体積法）の類似点・相違点を確認する。次に、レベル1解析と称し、理論解（解析解）が得られている非定常不飽和浸透問題に対し、各コードの出力を評価する。レベル2解析では実際の堤防への浸透問題を扱い、離散化・モデル化について統一した一斉解析結果を比較する。レベル3解析では、上記の同一問題に対してほとんどの条件設定をユーザーの裁量に任せた。これらの異なるレベルでの解析結果を比較することにより、堤体内の水理状態が実務においてどれだけロバストに再現されるか、ま

た、相違が生まれるとすればどのレベルでか、を評価する。ここで留意されたいのが、実際に行った一斉解析はレベル3が最初であり、その時点で各委員にレベル1・レベル2からの知見はなかったことである。つまり、レベル3の「ユーザー裁量」は、現在の一般的なエンジニアが下す工学的判断の典型・標本といえる。また、現地計測と解析結果の比較を通して現状の降雨浸透再現の課題を抽出し、今後の更なる研究の方向性を示す。

2. 不飽和浸透流解析理論の概要と数値解析法

(1) 不飽和浸透流理論

連続式に基づく多孔質媒体中の不飽和浸透流理論は古くより確立しており、いくつかの定式化が存在する¹²。中でも最も一般的に用いられるRichards式は、ダルシー則を連続式（質量保存則）に代入することで導かれ、間隙圧水頭（あるいは水圧）を未知数とすれば、以下の形で表わされる。

$$(C + \alpha S_s) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial (h + z)}{\partial x_i} \right) \quad (1)$$

ここで h は未知数である圧力水頭であり、 t は時間、 x_i は座標軸 x, y, z であり（総和規約を採用）、 z は鉛直座標（上向きを正）である。また、係数として k ：透水係数、 C ：比水分容量および S_s ：比貯留係数を用いる。ここで C は、体積含水率 θ と圧力水頭 h の関係で表される水分特性曲線の勾配 $\partial\theta/\partial h$ であり、不飽和状態で有効となる係数である。一方、 S_s は飽和状態での比貯留係数であり、土の体積圧縮係数に相当する。圧力水頭 h が負の領域、正の領域でそれぞれ飽和度変化、骨格変形が卓越するため、それぞれの場合で $\alpha=0, 1$ とするのが一般的である。式(1)は前記の「手引き」に示されている形でもある。飽和状態・不飽和状態（後者は負の圧力水頭領域に相当する）を統一的に記述・解析できる定式化であるため、堤体のように両状態を経験する土構造物の解析に適する。一方で、Richards式には体積含水率 θ を未知数とする定式化も存在する^{13,14}。その適用は不飽和領域に限られるが、式(1)の数値解は、体積含水率 θ を未知数とする場合と比べると、間隙水の体積（質量）収支の精度に劣るとされている¹⁵。河川堤防の安定性評価には、飽和領域も含む堤体内の間隙水圧分布が必要であり、間隙水の質量保存よりも、間隙水圧の精度ある予測が重視されるため、堤防を対象とする場合は、圧力水頭を未知数とする式(1)を解く方が望ましい。

式(1)において透水係数 k および比水分容量 C は一般に圧力水頭 h の関数であるため、上式は非線形となり、飽和状態・不飽和状態の境界では特に強い非線形性を示す。

境界条件は圧力水頭（水圧）あるいは流量（フラックス）で規定することになるが、降雨量を流量として入力する際には、地表の浸透能を超えて強制的に流入させることを防ぐため、地表での圧力水頭がゼロを超える場合にはそこで頭打ちにするように境界条件規定法の切り替えがしばしば適用される。また、土質や植生条件によっては浸透へのインピーダンス¹⁵⁾や蒸発散による流出フラックスを考慮する必要もある^{8),16),17)}。

(2) 有限要素法による離散化

式(1)を数値解析のために空間離散化する一手法として有限要素法（FEM）がある。離散定式化の過程は既往文献^{18),19),20)}などに詳細に記されているためここでは割愛するが、最終的には以下の多元連立方程式の形に帰着する。

$$K_{ij}h_j + C_{ij}\frac{\partial h_j}{\partial t} = q_i \quad (2)$$

ここで K_{ij} , C_{ij} はそれぞれ透水係数 k , 比水分容量 $C+\alpha S_s$ に関わる項を空間積分したマトリクスであり、 h_j は各節点 j での圧力水頭、 q_i は重力項（式(1)中 z に由来する項）を含めた各節点 i でのフラックスである。降雨浸透を入力する際のフラックスは、節点に離散的に与えられることに留意されたい。出力に影響を与え得る因子として、空間離散化と補間・積分方法（要素サイズ・要素種類・内挿関数・積分次数）がある。一方で、時間離散化は有限差分により計算し、出力への影響因子として差分法（差分次数など）、ステップ間隔や収束判定条件がある。

(3) 有限体積法による離散化

式(1)のもう一つの代表的な数値解法として、有限体積法（FVM）が挙げられ、同手法では、その定式過程から質量収支が正確に保たれる特徴がある。有限体積法では、計算セル（有限要素法では要素に対応するもの）において式(1)を直接的に積分する。二次元の場合、式(1)の i に関して、 $i=1,2$ であり、 $x_1=x$, $x_2=z$ となる。

$$\int_{\Omega_i} \left[(C + \alpha S_s) \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial (h+z)}{\partial x_i} \right) \right] dA = 0 \quad (3)$$

ここに、 Ω_i は i 番目の計算セルの領域、 A は面積を意味する。式(3)はガウスの発散定理より以下のように変形できる。

$$\int_{\Omega_i} (C + \alpha S_s) \frac{\partial h}{\partial t} dA - \int_{\Gamma_i} k \frac{\partial (h+z)}{\partial n} ds = 0 \quad (4)$$

ここに、 Γ_i は i 番目の計算セルの境界、 s は積分経路に沿った距離、 $\partial/\partial n$ は外向き法線方向への方向微分を意味する。式(4)は、計算セル内において材料定数と変数 h は一定として

$$A_i (C + \alpha S_s) \frac{\partial h_i}{\partial t} - \sum_{m=1}^{N_i} k \frac{\partial (h+z)}{\partial n} \Delta s_m = 0 \quad (5)$$

と離散化できる。ここに、 h_i と A_i は i 番目の計算セルの圧力水頭と面積、 N_i と Δs_m はセル境界を構成する辺の個数とその長さを意味する。

式(5)の左辺第2項では、透水係数 k と $\partial(h+z)/\partial n$ （セル境界外向き法線方向の動水勾配）はセル境界での値であり、隣接するセルの k , h , z の値から求められる（構成される）。これらの求め方には自由度があるが、今回採用した方法は付録1に示す。非構造セルへの適応その他の定式化のさらなる詳細については他文献^{21),22),23)}などにゆずる。式(5)は、計算セルの個数だけ得られるため、それを h_i について解くことで、水頭分布を得る。節点と同数の方程式を解く有限要素法と異なり、セル数と同等の方程式を解くことに留意されたい。なお、式(5)の左辺第1項に適用する時間積分法としては、後退差分やルンゲ・クッタ法などが利用される。

(4) 使用した解析コード

本論文で報告する一斉解析では、表-1に示す4つの解析コードを中心的に使用した。これ以外にもいくつかのコードを各レベルの解析で限定的に使用したが、それらについては該当する節で随時記していく。GW-USAF および Dtransu は既存の実務用ソフトウェアであり、いずれもメインの解析部分に岡山大で FORTRAN により開発された有限要素法コードを組み込んでいる。前者は AC-USAF2D¹⁹⁾を解析部分に使用しており、後者については文献^{24),25)}を参照されたい。第二著者によるコード（Nとする）は同様に有限要素法に基づいており、基本的なアプローチは上記のコードと同様であるが、C言語により独立に開発されたものであり、後述のように離散化のオプションが異なる。Dtransu および N はいずれも4節点四角要素を用いているが、GW-USAF では内部で四角要素を三角要素に分割することで、三角要素・（見かけの）四角要素を統一的に扱える。コード N では不飽和領域要素、あるいは飽和・不飽和の境界にあたる要素などを選択的に自動抽出し、高次のガウス積分を適用することで比較的大きな要素でも安定して、かつ効率的に飽和・不飽和遷移領域の非線形性に対応する工夫などが導入されているのが特徴である。一方、第三著者によるコード（Fとする）は前項に述べた有限体積法に基づいて開発された。この解析コードは FORTRAN によって記述され、三角形セルなど非構造格子に対応する。堤体の浸透流解析では、非構造格子を用いる必要があり、一斉解析では表-1に示す通り非構造格子（三角形・四角形セル混合）を用いた。

表-1 本研究で用いた不飽和浸透流解析コードの概要

コード	空間離散化	要素	時間差分
GW-USAF	有限要素法	4節点四角 ^{*1}	後退差分など
Dtransu	有限要素法	4節点四角	後退差分など
N	有限要素法	4節点四角	Crank-Nicolson法に準じる ^{*2}
F	有限体積法	三角形セル ^{*3}	後退差分

^{*1}コード内部で三角形要素に分割して計算

^{*2}変数を時間 $t+\Delta t$ で評価し、 $\lambda=0.5$ (Crank-Nicolson法)ではなく $\lambda=0.7$ とした。

^{*3}基盤層については長方形セルを使用

3. 阿武隈川枝野地区における堤内水位観測

(1) サイト概要

一斉数値解析結果の議論に先立ち、レベル2およびレベル3解析で対象とする阿武隈川枝野地区における堤防と、そこでの調査・観測について概略を記す。枝野地区は阿武隈川右岸 31.0k 付近にあり、2011年の東北地方太平洋沖地震により約 800m にわたり図-1に示すように堤体が変形し、天端の沈下量は最大 2m に至った⁵⁾。

(2) 堤体の特徴および土質定数

枝野地区では復旧の際に液状化対策として粘性土からなる基礎地盤部分を浅層地盤改良 (セメント固化処理) し、その上に築堤が行われた。築堤材料は図-2に示すように藤田産、鷺足産、流用土の3種類が使用されており、川表の護岸背後には遮水シートが設置されている。これらは産地が異なるものの、いずれも類似した砂礫質土である。このように当該地区は堤体直下が地盤改良され、周辺の地下水位変動と隔離されていることで堤体直下の境界条件が明確な堤防であり、かつ、堤体材料・施工履歴が明らかであるなど、浸透流解析の対象として好条件が揃っている。

枝野地区では、国土交通省東北地方整備局によりボーリング調査を含む各種調査が行われており、図-2に示す4本の水位観測井 (E-2, E-4, E-5, E-6) が設置され、2013年9月25日以降の水位を1時間毎に観測中 (E-2, E-5は2016年12月9日以降に一時撤去期間有り) である。水位観測井はVP50の塩ビ管で、観測井の底部から2.85m区間は有孔管、その上部は無孔管である (E-5, E-6地点)。このほか、同整備局により堤体材料 (藤田産) を対象に粒度試験、室内透水試験 (変水位透水試験)、

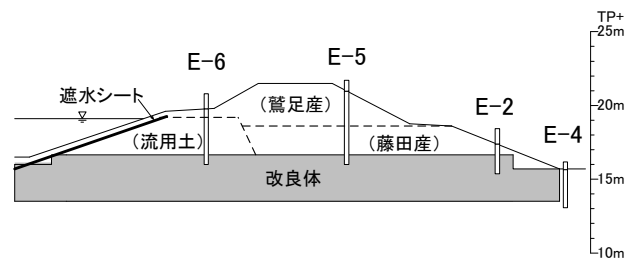
図-1 2011年被災時の枝野地区付近の様子⁵⁾

図-2 枝野地区の堤体標準断面と水位観測井

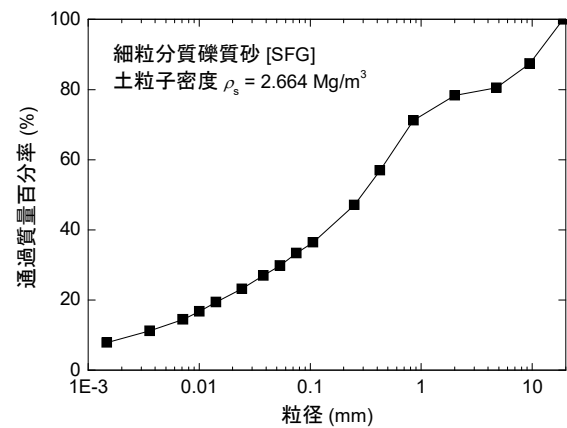


図-3 枝野地区堤体土 (藤田産) の代表的粒度

保水性試験 (連続加圧法²⁶⁾、不飽和透水試験 (加圧法) が実施された。また、著者らにより堤体表層を対象として原位置定水位透水試験 (Guelph Pressure Infiltration-meter 法²⁷⁾) を実施し、現場飽和透水係数²⁸⁾を測定した。原位置試験は、堤体表面の様々な異なる位置において植生を残したままの、あるいは局所的に植生を除いて裸地とした状態に対して行った。上記の各種調査により得られた飽和透水係数 k_s を表-2に、原位置透水試験結果を図-4に示す。

表-2 堤体材料(藤田産)の飽和透水係数計測値

該当箇所	透水係数 (m/sec)	試験法
堤体内部 (藤田産)	2.4×10^{-6}	室内透水試験
堤体表層部	$4.5 \sim 5.3 \times 10^{-5}^{(*)}$	原位置透水試験

(*)幾何平均～算術平均

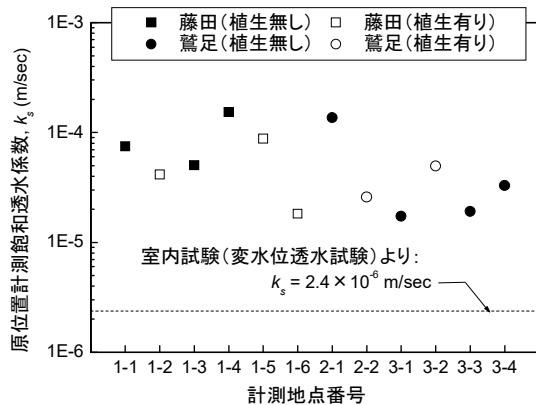


図-4 原位置透水試験による飽和透水係数計測結果

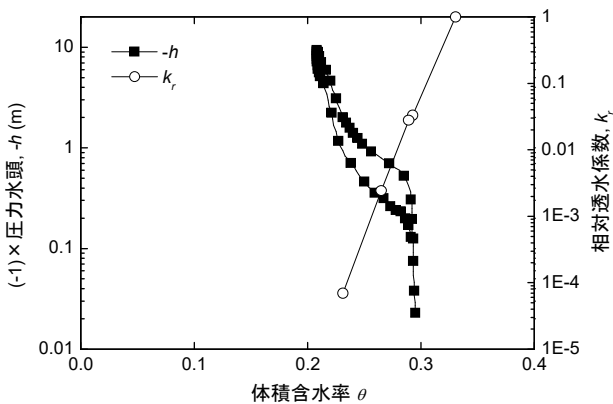


図-5 堤体土(藤田産)の水分特性曲線・相対透水係数

原位置試験からの k_s 値は室内試験からの値よりも1オーダー大きく、植生の明確な影響は認められなかった。また、前述の保水性試験の結果得られた堤体材料(藤田産)の水分特性曲線および相対透水係数 k_r —体積含水率 θ 関係を図-5に示す。空気侵入値が3 kPa程度と小さく、細粒分質礫質砂の特徴を示している。また、ヒステレシスは認められるが、浸潤により初期含水率への回帰が見られ、後述の解析では全てのケースで1つの曲線でこの水分特性曲線をモデル化した。

4. レベル1一斉解析：解析コードのベリフィケーション

(1) 問題設定(Tracyの理論解)および解析条件

複数のユーザーが同一の問題に対して不飽和浸透流解析を実行する際、出力される結果には、解析コードの精度(コード内部での再離散化など含む)に由来する相違と、ユーザーによる条件設定に由来する相違が含まれる。後者の影響を排除したうえで前者を厳密に評価するため、レベル1一斉解析として、解析者間で空間・時間方向の離散化(節点配置・時間差分ステップ)を統一し、その解析結果を理論解と比較した。ここでは、Tracy²⁹⁾によって導かれた2次元のRichards式の理論解を利用する。これは、次節から述べる一斉解析では2次元解析を実施するためであり、2次元問題の定常状態だけでなく非定常の浸透過程における解析精度検証を目的とした。

非線形問題である不飽和浸透流解析は、一般には理論解の導出は困難であるが、サクション(もしくは、空気圧をゼロとした場合は、負の圧力水頭)の関数である水分特性曲線と不飽和透水係数の関数形を工夫することで、式(1)のRichards式を線形化し、理論解を導出することが可能となる。Tracy²⁹⁾は水分特性曲線及び相対透水係数を以下の関数形で与え、いくつかの初期・境界条件のもとでの理論解を導いた。

$$k_r = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = e^{\alpha h} \quad (6)$$

ここに、 θ , k_r は先の定義通り体積含水率、相対透水係数であり、 θ_s , θ_r , α (記号は原文献に従った。式(1)の α とは異なる)は、飽和体積含水率、残留体積含水率、材料定数である。対象とした問題の解析領域と境界条件を図-6に示す。また、付録2中の表-A1には、この問題の理論解²⁹⁾をまとめる。解析領域は、 $0 < x < a$, $0 < y < b$ の四角形領域であり、左右の境界では流入出をゼロとし、上下面には既定の圧力水頭値を設定した。上面の圧力水頭 h_{top} は表-A1に示す式で与えられ、下面の圧力水頭 h_r は定数である。この一斉解析では、 $a=b=15$ m, $h_r=-15$ mを設定し、材料定数は $\alpha=0.328$, $\theta=0.15$, $\theta_s=0.45$ および飽和透水係数 $k_s=1.0 \times 10^{-3}$ m/secとした。透水係数 k は $k_s \times k_r$ として与えられることに留意されたい。また、初期条件として、解析領域全体において $h=-15$ mを与えた。

空間離散化については、メッシュの細かさを変化させ、各解析コードの精度を調べた。具体的には、図-6の計算領域を 30×30 分割した格子を最も粗いメッシュとし、これに加え、解析者各人の計算環境が許す範囲で 60×60 , 150×150 , 300×300 分割の格子を用いた計算を行った。時間ステップは $t=0-500$ secまでは1 sec、それ以降は5秒として統一した。ここでは表-3に示すように5つのコー

表-3 レベル1一斉解析で用いたコードと諸条件

コード	空間積分	時間離散 (差分法)	ステップ毎の収束判定
GW-USAF	三角形定歪要素法	後退差分 (収束状況によっては規定時間ステップを 1/8 まで自動細分化)	節点ごとの水頭誤差 <0.00001m
Dtransu	2次ガウス積分	後退差分 (収束状況によっては規定時間ステップを 1/8 まで自動細分化)	節点ごとの水頭誤差 <0.00001m
N	飽和要素: 1次ガウス積分, 不飽和要素: 2次ガウス積分	Crank-Nicolson 法に準ずる (表-1 脚注参照)	水頭ベクトルのノルム誤差 <10 ⁻⁴ %
S	4点 (2次) ガウス積分	不飽和領域: Crank-Nicolson 法 飽和領域: 後退差分	節点ごとの水頭相対誤差 <10 ⁻¹ %
F	式(5)参照	後退差分	セルごとの流量誤差 <10 ⁻¹¹ m ² /s

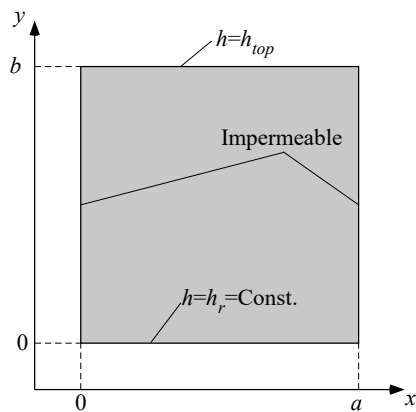


図-6 レベル1一斉解析：解析領域と境界条件

ドを用いて一斉解析を行った。基本的な解析条件は統一されているものの、同表に示すように、積分法や収束判定など、コーディングの核に関わる部分はそれぞれのコードの特性を反映した設定となっている。なお、コードSはこのレベルでの一斉解析でのみ用いたものであり、有限要素法に基づいている。離散化等の基本的なアプローチは先述の有限要素コードと同様であるが、Smith and Griffith³⁰⁾のコードをベースに構築されている。要素には4節点四辺形要素を用い、4点のガウス積分点を採用している。非線形方程式の反復法としてPicard法³¹⁾を用い、時間差分として Δt 秒間に不飽和である節点および飽和から不飽和へ変化する節点では中央時間差分、 Δt 秒間に飽和である節点では後退差分を用いている³²⁾。

(2) 解析結果

計算された圧力水頭の分布を理論解と比較した例（コードNによる）を図-7に示す。同図は $t=200$ 秒および十分に時間が経った定常状態の水頭分布を示し、上面に与えられた圧力水頭が下面へと伝播するように変化する様子を表している。上下面において急激かつ非線形な水頭

の変化を伴うため、解析コードの精度検証に適した問題であることがわかる。

計算精度を調べるにあたり、解析時間に沿って、すべての節点（有限要素法）もしくは計算セル（有限体積法）において、次の相対誤差 E_r を算出した。

$$E_r = \left| \frac{h_{Com} - h_{Ana}}{h_{Ana}} \right| \quad (7)$$

ここに、 h_{Com} と h_{Ana} は水頭の数値解と理論解を表す。全ての節点あるいはセルに対する E_r の最大値を $E_{r,max}$ として、これを解析コードの精度の指標とした。圧力水頭を未知数とするRichards式に基づく浸透流解析については、有限要素法では質量収支の精度が担保されない問題が従来より指摘されている^{13),14)}。しかし、一般に飽和領域で破壊が起こる堤体の安定性評価に対して直接用いられる物理量は間隙水圧であること、また、水頭の精度はそのまま質量収支の精度にも直接的に関連していることを踏まえ、ここでは圧力水頭を精度の評価基準に用いた。

最大相対誤差 $E_{r,max}$ と計算格子の分割数との関係を図-8に示す。横軸は、 30×30 分割の場合、30の値をとり、その逆数に解析領域辺長を掛けたものは計算格子のサイズを意味する。また、縦軸は、評価したすべての相対誤差の最大値であり、実行した解析の時間・空間の中で最大のものとなる。これは、数値解の誤差が時間的にも空間的にも $E_{r,max}$ で抑えられることを意味する。最大の誤差は、多くの場合、水頭が急激に変化する上下面の左右端付近において発生した。同図に示す通り、4つの解析コードにおいて、 30×30 分割のメッシュでは、同様の相対誤差の値となり、3つの解析コードでは、メッシュ分高精度であった。この理由を検証するため、コードNを用いて表-3に示したノルム誤差許容値を10⁻⁴%から1%まで1オーダー程度ずつ上げて再計算したが、精度はほとんど変化しなかった。コードNの制度が高かつ

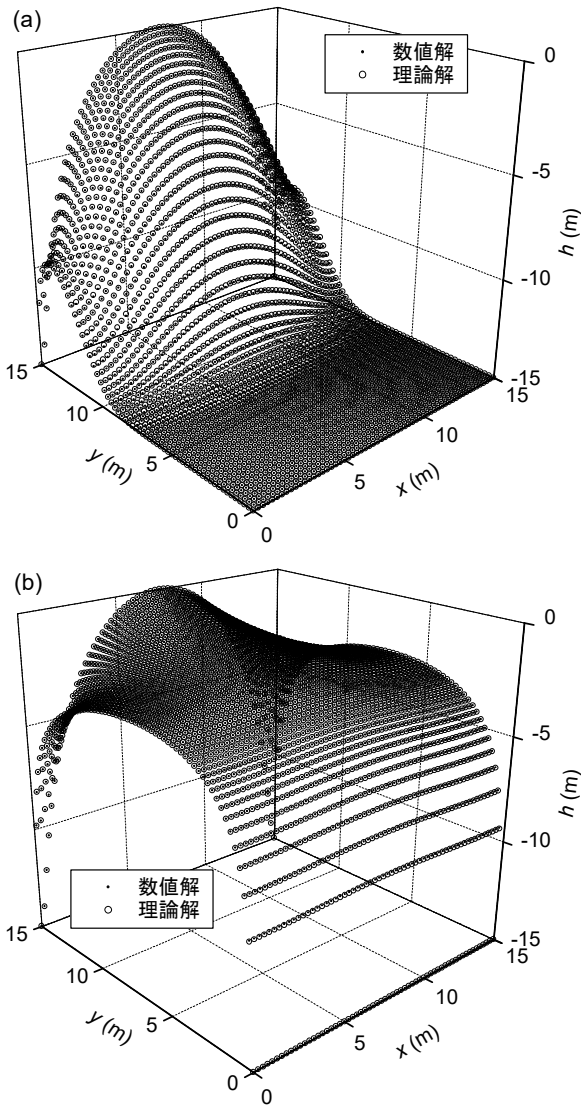


図-7 レベル1解析：計算された圧力水頭分布（60×60分割の例）(a)200秒，(b)定常状態

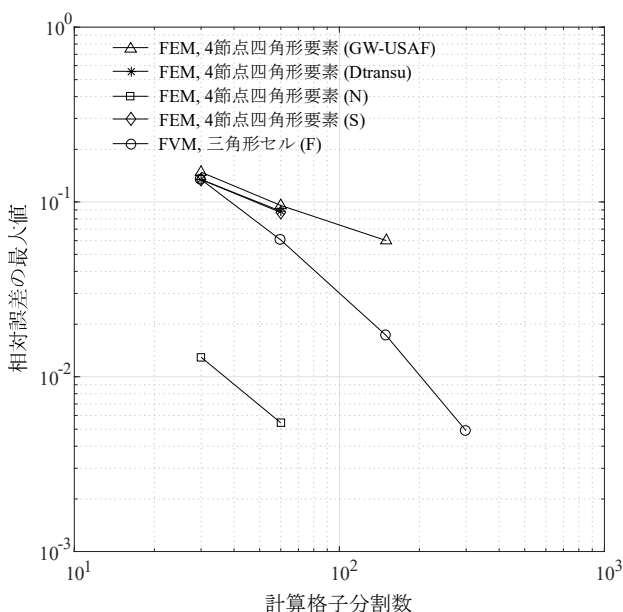


図-8 レベル1一斉解析における最大相対誤差

た理由は、高次（二次）積分の採用とその適用法、時間差分定式化とその解法、収束判定法（節点ごとではなくノルムを考慮）の組み合わせが結果として効果的であったためと解釈した。高次積分や Crank-Nicolson 法（およびそれに準じたもの）は、一般原理は共通でも、定式化の際の詳細はコード作成者に依存し得ることに留意されたい。本問題は時間経過とともに境界条件と平衡にある定常状態に向かうため、最終的に誤差が累積しない特徴がある。許容される精度は判断基準によるが、一般的な土工学問題において $E_{r,max}=0.01$ （1%誤差）で十分と見なせ、限られた時間において $E_{r,max}=0.05$ 程度であっても、誤差が累積しなければ（上記の通り、本問題では誤差は解消に向かう）許容される場合が多いと思われる。

図-7 に示した曲面はこの $E_{r,max}=0.05$ をほぼ満たす条件による結果であり、局所的な誤差である $E_{r,max}$ から離れて結果全体を俯瞰すると、理論解が十分に再現されていることが直感的に認められる。また、メッシュの細分化とともに精度が向上することは、解析コードの健全性を示しているといえる。

以上の結果により、強い非線形を有する不飽和浸透流解析において、一斉解析に今回利用した全ての解析コードは、著者らの自作あるいは既存流通・実務用のもの共に十分な計算精度を有し、計算格子が細くなるにつれて理論解に収束する過程が示された。この結果は、Richards 式に基づく浸透流解析結果は、数値解析原理（有限要素法・有限体積法）やコーディングの特性の相違に敏感ではなく、十分に細かい要素分割が行われた場合、数値解析結果に基づく最終的な工学的判断が（適切な検証を経た）計算コードに依存する可能性は低いことを示唆する。実際の浸透問題の解析において解析者間で計算結果に有意な差が生じる場合、解析コード自体の差異よりも適用過程に原因を求めるべきと言える。

5. レベル2一斉解析：堤体への降雨浸透（空間離散化・境界条件を統一）

(1) 問題設定

レベル2一斉解析からは堤体への降雨浸透を扱った。コード自体の健全性はレベル1解析で実証されたものの、長期（通年）の降雨浸透は湿潤・乾燥を多サイクル繰り返す問題であり、レベル1とは異なる誤差が累積する可能性を排除していない。そこで、メッシュ（空間離散化）などの条件を再び統一した一斉解析を行うことで、全ての判断をユーザーに委ねたレベル3解析とレベル1解析の中間段階としての意義を持たせた。表-4に用いたコードと条件を示す。表-3に示した条件を基本的に踏襲しているが、時間ステップ細分化は行わないように各コード

表4 レベル2一斉解析で用いたコードと諸条件

コード	空間離散	空間積分	時間離散 (差分法, 1時間ステップ固定)	ステップ毎の収束判定
GW-USAF	926 節点 854 要素 (図-9(b))	三角形定歪要素法	後退差分 ^{*1}	節点ごとの水頭誤差 <0.001m
Dtransu		2次ガウス積分	後退差分 ^{*2}	節点ごとの水頭誤差 <0.01m
N		飽和要素は1次ガウス積分, 不飽和要素は2次ガウス積分	Crank-Nicolson 法準ずる (表-1 脚注参照)	水頭ベクトルのノルム 誤差<10 ⁻⁴ %
F	506 節点 797 セル (図-9(c))	式(5)参照	後退差分 ^{*3}	セルごとのフラックス 誤差<10 ⁻⁷ m ² /s

^{*1} 追加ケースとして1時間上限, 収束状況により 1/1024 時間まで自動細分化

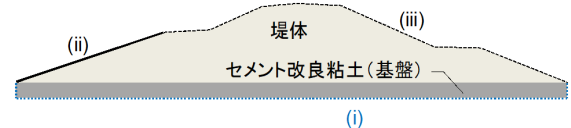
^{*2} 追加ケースとして0.2時間上限, 収束状況により 1/40 時間まで自動細分化

^{*3} 追加ケースとして6分固定 (その場合, 収束判定はフラックス誤差<10⁻⁹ m²/s)

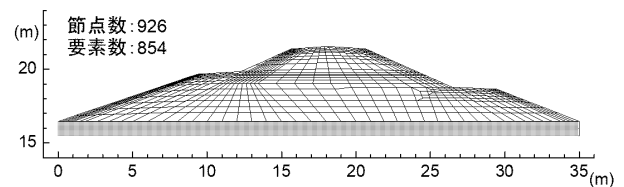
間で統一した。また、収束条件はレベル1よりもやや緩和した。統一条件として、有限要素法コードでは図-9(b)に示すメッシュに従い4節点四角要素を用いて空間離散化を行うこととした。有限体積法は2章で示した通り、離散化の方法が異なるため、コードFでは図-9(c)に示すような異なるメッシュを用いた。なお、「手引き」では例えば表法尻から100m程度遠方、裏法尻から堤体高の10倍くらいまでの領域を含めてモデル化するように推奨されているが、本対象断面では難透水層であるセメント改良粘土が直接基盤となっており、堤内水理過程がより広域的な地下水位変動と分離されているため、図-9(a)に示すように両法尻部を解析境界とした。

次に、土質材料の水理特性も表-5に示すように統一した。堤体材料は由来によって区別せず均一な砂礫質土とし、「手引き」に記された「砂質土」向けの水分特性曲線(圧力水頭 h -体積含水率 θ 関係)および相対透水性関数(相対透水性 k_r -体積含水率 θ)を用いた。これらは表形式で与えられており、プロットしたものを図-10に示す。式(1)の性質上、水分特性曲線に関して実際に解析結果に影響を及ぼすのはその傾きのみであり、 θ 方向へのオフセットは無関係であるため、図-10では θ の増分を横軸として示している。このように見ると、水分特性曲線に関する限り、室内試験データを比較的良好に表していると言える。一方、相対透水性係数 k_r は室内試験データに対して、一定の飽和度に対してかなり過大といえる。飽和透水性係数 k_s は先述の原位置透水試験に基づき、室内試験から同定した値 $2.4 \times 10^6 \text{ m/sec}$ のオーダーを上方修正して $2.4 \times 10^5 \text{ m/sec}$ として用いた。表-1中の原位置試験結果の単純平均値はこの値より若干大きい、ばらつきの大きさを勘案し、室内試験値のオーダーを変えるのみとした。比貯留係数 S_e はある程度小さければ結果に大きな

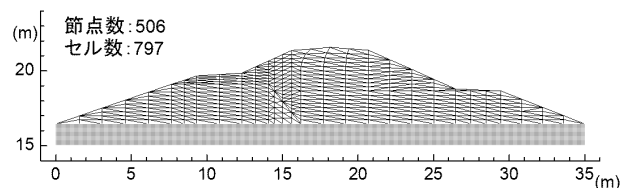
境界条件:
(i) セメント改良粘土層上端を水位とする静水圧規定
(ii) 非排水
(iii) 降雨浸透境界(水頭0で頭打ち)



(a) 断面幾何と境界条件



(b) 有限要素法メッシュ



(c) 有限体積法メッシュ

図-9 レベル2一斉解析における境界条件と空間離散化条件

影響はなく、一般値を用いた²⁾。基盤のセメント改良粘土層については、一般値として表-5に示すパラメータ値を用いた。なお、これらの値も、想定される範囲において結果に大きな影響はないことを確認した。境界条件は図-9(a)に示すように統一した。ここで、地表は降雨浸透境界とし、近傍の気象庁 AMcDAS 丸森観測所で記録された時間降雨量をフラックスとして1時間単位で入力した。

2.(1)で述べたように、地表での水頭は0を上限として、これを超える場合は水頭が0となるように水頭規定となるようにした。天端はアスファルトで舗装されていたが、降雨は法肩に流れ、そこから浸透すると考えられるため、全体としての浸透量には大きな影響はないと考え、舗装による遮水効果は考慮から外した。初期条件は堤体底面（セメント改良土層上面）を水位とする静水状態とし、計算時間ステップ（差分間隔）は1時間固定を基本とし、いくつかの変ステップによる追加ケースも実施した。解析初期時間は2013年1月1日としたが、観測データが始まる2013年9月25日までは初期条件設定の影響は完全に消える（任意の初期状態から始めて、同じ解に収束する）ことを事前に確認した。

(2) 解析結果

堤体中心に近い部分である図-2中の水位観測孔E-5で記録された水位と、浸透流解析により再現された水位を図-11に示す。対象期間中の2つの水位ピークについては同図中に拡大図として示した。解析において、当該箇所では鉛直方向にほぼ静水圧分布が見られたため、ここでは堤体底面での水圧を水頭変換して示している。いくつかの解析コードではコードが設ける上限により解析期間が短くせざるを得なかったものの、以下の議論には影響を及ぼさない。有限要素法による解析の3出力（GW-USAF, Dtransu, N）は、いずれもデータが重なっており、

結果に実質的な相違はない。有限体積法による出力（F）は有限要素法3出力と結果がわずかに異なるが、平均的

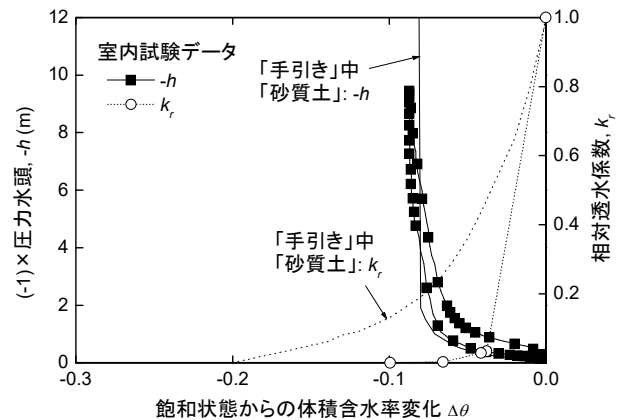


図-10 「手引き」に示された「砂質土」の水利特性

表-5 レベル2一斉解析で用いた物性値

該当箇所	パラメタ	値
堤体	飽和透水係数 k_s	$2.4 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$
基盤	飽和透水係数 k_b	$1.0 \times 10^{-9} \text{ m/sec}$
堤体・基盤	比貯留係数 S_s	0.0001 m^3

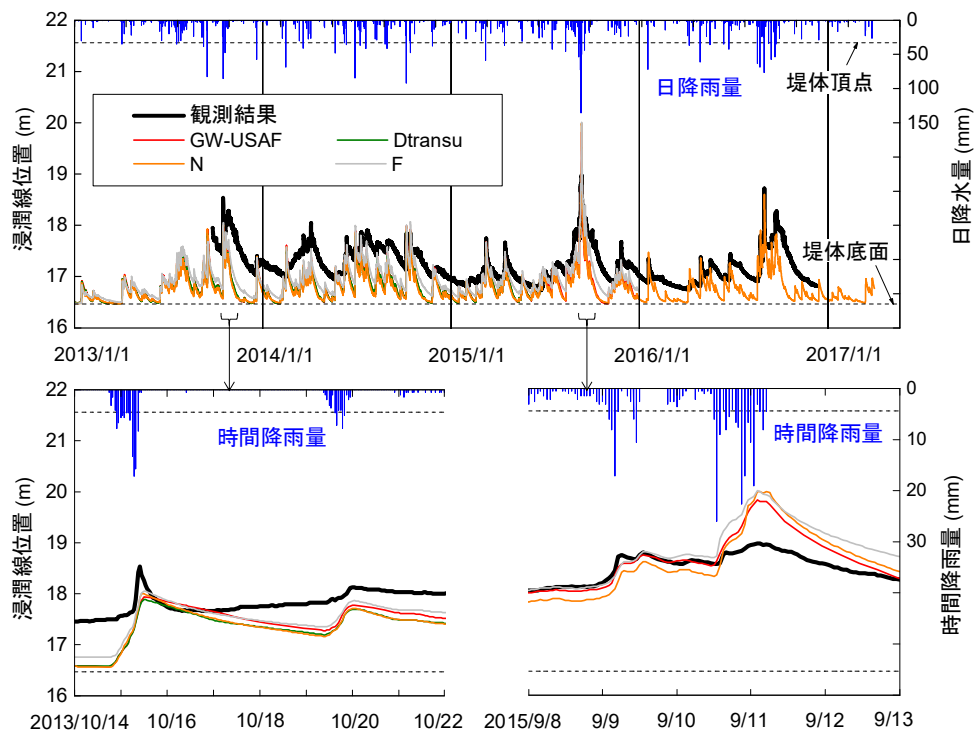


図-11 レベル2一斉解析（堤体内浸潤線位置の再現）結果

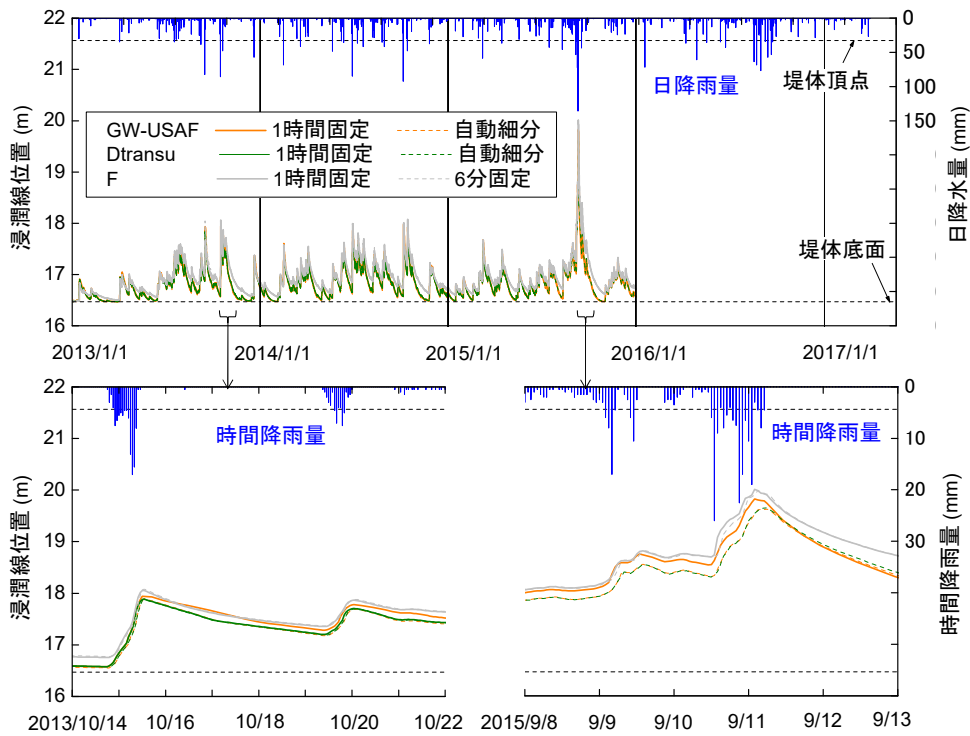


図-12 レベル2一斉解析追加ケース（異なる時間差分）の結果（Dtransu 1時間固定の結果は2015/7/2まで）

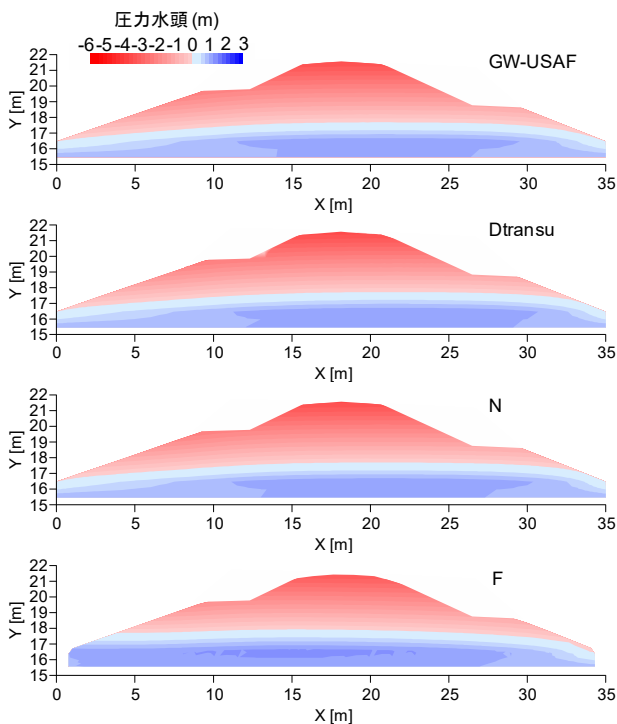


図-13 レベル2一斉解析：全領域における圧力水頭の出力結果（2013年10月21日10:00の再現）

な水位・変動の様子・強雨時応答のいずれも大きな相違ではなく、このわずかな相違の原因も次に述べるように解明できている。なお、一斉解析では標準ケース（1時

間固定差分）に加えて、時間ステップを細分化したケースも実施した。そのうちの代表的な結果を図-12に示す。表4に示すように、収束状況に応じた自動細分化や、6分固定細分などを適用したが、細部では多少の結果の相違が見られるものの、標準ケースの結果に概ね一致した。2015年9月の拡大図上で見ると、コードGW-USAFではわずかな水位オフセットが生じたが、堤防高さの4%程度であった。このことと、レベル1一斉解析の結果（理論解との整合）を踏まえると、図-11に示す結果をレベル2のほぼ正しい「解」と解釈することができる。水位ピークの一つに相当する2013年10月21日10:00の圧力水頭コンターを図-13に示す。コンター図からも、出力された結果は領域全体において各コード間で同一であることが確認できる。

図-11・12において有限要素法コードと有限体積法コードの間で相違が生まれた原因については、それぞれの出力の詳細な分析の結果、以下のように説明される。図-14上図に示すように、有限要素法では圧力水頭あるいは流量を節点に与えるため、図中の点Aのように圧力水頭規定境界と流量規定境界（左法面は遮水シートによる非排水条件適用）の交点で厳密な処理が困難になる。一方で、図-14下図に示すように、有限体積法ではセル境界での物理量を規定するので、各辺での境界条件は厳密に満たせるが、節点での水頭を厳密に規定することはできない。本問題のように低透水性基盤の上に高透水性堤体がある場合、この1点（点A）の処理が結果に目に見

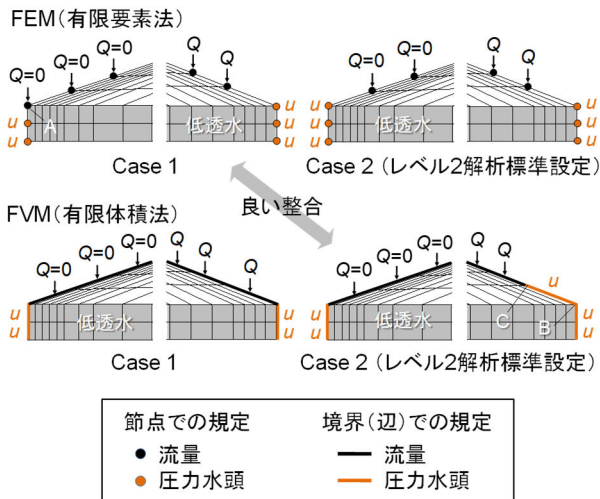


図-14 有限要素法と有限体積法での境界条件設定の相違
(u : 間隙水圧あるいは圧力水頭, Q : 流量)

える影響を及ぼす。図-14において FEM-Case 2 以外の条件では左法面は排水経路が塞がれており、これが FEM-Case 2 よりも FVM-Case 2 (いずれも図-11に結果を示した標準設定) で水位が高くなる理由となった。これは図-13 の左法尻付近の結果を見ても明らかである。FVM-Case 2 では、右法尻に水頭規定を有効に与えるため、辺 BC に水頭規定境界を設けた。これにより、右法面に関しては FEM-Case 2 と FVM-Case 2 の条件は近くなっている。ここで、左法面まで有限要素法と有限体積法で揃えるため、FEM-Case 1 を設け、左法面を難透水とした。紙面の制限上、結果表示を省略するが、FEM-Case 1 と FVM-Case 2 はほぼ同一の水位予測を出力した。ここで見られた離散化手法間での不整合は、法尻付近の要素を小さく分割し、法面第 1 要素 (点 A・点 B を含む辺) を短くすれば解決する問題であるが、解析手法の原理と特性を十分に理解しないで結果を眺めると、コードの精度や解析手法の優劣を誤って認識する可能性がある。

観測結果と解析結果の整合という観点で結果を見ると、堤体高さ全体の範囲に対して評価すれば、水位とその変動を比較的良好に再現している (図-11)。解析のほうを実測よりも変動をやや大きく再現しており、特に堤体からの排水による水位低下が速い。この理由としては、水分特性曲線のヒステシスの影響や、相対透水係数 k_r のモデル化などが要因として考えられる。今回用いた「手引き」の k_r モデルは、図-10 で明らかなように、室内試験結果や、それにより良くフィットする van Genuchten モデル³³⁾などと比較すると、飽和度の減少に対する k_r の減少が格段に遅く、これが計算上の排水を助長すると考えられる。その一方で、これは図-11 に示すように、解析結果のほうが強雨時の水位上昇を大きく示すことの原因とも考えられる。相対透水係数 k_r に加えて、

飽和透水係数 k_s も当然解析結果に寄与するが、この研究およびその他でのパラメトリックスタディ³⁴⁾から、 k_s の増減は短期変動のみならず期間全体の平均的水位の上下に大きく現れることがわかっており、 k_s 入力値の調整では実測データへのフィットは行えなかった。また、Nishiie et al.⁹⁾は間隙水に加え間隙空気圧縮・移動を考慮する二相混合浸透流解析を行うことにより、強雨時のみ見かけ上の透水係数が下がる現象を再現できることを示しており、このようなアプローチも図-11に見られる実測と解析結果の不整合を説明するのに有効であるといえる。

図-11 中の実測水位は経年とともにわずかながら低下していく傾向が見られる。観測井ストレーナの詰まりや法尻からの細粒分の流出による透水性増加などが考えられるが、正確な原因は特定できていない。

6. レベル3一斉解析：堤体への降雨浸透（モデル化に関する条件統一なし）

(1) 問題設定

冒頭で述べたように、レベル 3 一斉解析は他の二つのレベルでの一斉解析に先立って行われた。参加者に与えられたのは堤体の標準断面、AMeDAS 雨森観測所での時間降雨データ、および先に示した各種土質調査結果およびボーリングコアの写真など基本的な情報のみであり、離散化やデータ・境界条件入力方法について一切の統一を行っていない (後掲の表-6 中に示すように、メッシュの共有が一部ある点を除く)。各人がそれぞれの判断に基づいて行ったモデル化自体が一斉解析の「結果」の一部と見なせるため、これらは以下に解析結果とともに述べる。なお、対象とする解析期間も特段の指定をしなかったため、対象期間やその長さは個々のケースで大きく異なった。レベル 3 解析を行った後、実測データも増えたため、いくつかのケースでは条件を同一としたまま、解析期間を延ばして再実行したものもある。

(2) 解析結果

計 6 名の解析者が採用したモデル化・入力条件を表-6 に、それぞれ用いたメッシュを図-15 に示す (C と G は同一解析者による)。また、水位観測井 E-5 での水位再現結果を図-16 に示す。表-6 では、レベル 2 解析と共通する部分や、結果に対する影響が小さい基盤層の各種設定に関する記述は省略してある。また、時間離散化についても、いずれの解析者もレベル 2 一斉解析と同様の条件で行っており、先述のように結果に対して大きな影響を与えないことを確認しているため、記載を省略した。境界条件としては、天端舗装や遮水シートの扱いに解析

者の判断の相違が現れている。また、不飽和水利特性の表現には、「手引き」に示された関数を用いるか、あるいは室内試験結果をより尊重して van Genuchten モデルなどでフィットするアプローチが見られる。判断が二分したもう一つの項目は堤体の飽和透水係数 k_s 値の設定であり、室内試験結果のオーダー (10^6 m/sec) あるいは原位試験結果のオーダー (10^5 m/sec) を用いるかで各人の選択が異なっている。

以上を踏まえ、図-16 に示す結果を以下のように考察する。まず、条件統一を課したレベル 2 一斉解析結果(図-11)と比べると、当然のことながら、より多様な結果が得られている。しかし、堤体高さに対して相対的に見ると、いずれの解析結果も、堤体高さ 1/3 程度の範囲に収まっており、堤体安定照査の精度の現状を踏まえると、良好な再現であると言える。

解析ケース中、水位が比較的高く計算されているもの

表-6 レベル 3 一斉解析の設定条件一覧

解析者	コード	境界条件(レベル 2 解析との主要な相違)	堤体土質物性 ^{*1}	堤体不飽和特性
A	Dtransu-2D-EL	・遮水シートを低透水性要素で表現(透水係数 $5.0 \times 10^{-9} \text{ m/sec}$, 厚さ 10mm) ・天端は非排水(舗装の考慮) ・右側面地表高さに水頭ゼロ設定 ・左側面は GL-1m で水頭設定, 底面は非排水	「鷺足産」「流用土」に $k_s=5.13 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$ (原位位置透水試験より), 「藤田産」に $k_s=9.28 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$ (原位位置透水試験より), 堤体土全て比貯留係数 $S_s=0.0001 \text{ m}^1$	「手引き」 ²⁾ の「砂質土」関数
B	SAUSE ver3.1 ^{*2}	・遮水シートを低透水性要素で表現(透水係数 $3.0 \times 10^{-7} \text{ m/sec}$, 厚さ 300mm) ・天端は非排水(舗装の考慮) ・初期水位は 2015 年 2 月 1 日観測水位 ・側面・底面は非排水	「鷺足産」「藤田産」に $k_s=2.4 \times 10^{-6} \text{ m/sec}$ (室内透水試験より), 「流用土」に $k_s=1 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$ (「手引き」一般値), 堤体土全て比貯留係数 $S_s=0.0001 \text{ m}^1$	「鷺足産」「藤田産」は「手引き」の「砂質土」関数, 「流用土」は「手引き」の「砂質土・礫質土」関数
C	2D-Flow ^{*3}	・天端アスファルトを低透水性要素で表現(透水係数 $1.0 \times 10^{-7} \text{ m/sec}$) ・底面・遮水シート部は非排水	「鷺足産」「藤田産」「流用土」すべて一律に $k_s=2.4 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$ (原位位置透水試験より), 比貯留係数 $S_s=0.0001 \text{ m}^1$	室内試験結果にフィットさせた van Genuchten モデル
D	GW-USAF	・遮水シートを低透水性要素で表現(透水係数 $1.0 \times 10^{-8} \text{ m/sec}$, 厚さ 10mm) ・底面は非排水, 堤内側側面は GL-0.5m の固定水位 ・降雨は日降雨量/24 時間の一定フラックスで入力	・堤体内部 $k_s=2.4 \times 10^{-6} \text{ m/sec}$ (室内透水試験より), 表層 0.5m のみ $k_s=5.9 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$ (原位位置透水試験より), 堤体土全て比貯留係数 $S_s=0.0001 \text{ m}^1$	室内試験結果にフィットさせた van Genuchten モデル
E	N	レベル 2 解析と同様(このケースに条件を統一することでレベル 2 一斉解析を実施)		
F	F	・側方・底面境界・遮水シート部は非排水 ・降雨は日降雨量/24 時間の一定フラックスで入力	「鷺足産」「藤田産」「流用土」すべて一律に $k_s=2.4 \times 10^{-6} \text{ m/sec}$ (室内透水試験より), 比貯留係数 $S_s=0$	室内試験結果に以下の式をフィットして使用(記号定義は 4.(1)と同様) $k_r = \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^m, e^{ah} = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$
G ^{*4}	N	・天端は非排水, ただし天端に降った雨量は法肩節点に追加で入力 ・遮水シート部・左側面境界は非排水	「鷺足産」「藤田産」「流用土」すべて一律に $k_s=2.4 \times 10^{-5} \text{ m/sec}$ (原位位置透水試験より)。ただし, 「流用土」の下部 1.5m のみ粘土とみなし(コア写真より判断), セメント改良土層と同じ $k_s=1.0 \times 10^{-9} \text{ m/sec}$ を適用, 堤体土全て比貯留係数 $S_s=0.0001 \text{ m}^1$	室内試験結果にフィットさせた van Genuchten モデル

^{*1} 基盤層以下の物性は, 低透水性($k_s < 1.0 \times 10^{-8} \text{ m/sec}$ 程度)に設定する限り結果への影響が極めて小さく, ここでは記述を省略

^{*2} 不飽和浸透流解析のための市販有限要素法ソフトウェア (<https://www.nita.co.jp/index.php/software/sause>: 2019/06/25 アクセス)

^{*3} GW-USAF と同様に, 岡山大学で開発された UNSAF2D⁹⁾を解析部分に用いた市販有限要素法ソフトウェア (https://www.geolab.jp/software/element_soft03.php: 2019/06/25 アクセス)

^{*4} コード・メッシュは解析者 E と同様のものを使用

はB, D, Fであり, これに対してA, Eは堤体底面までしばしば水位が下がる挙動が出力された. 前者 (B, D, F) に共通しているのは, 堤体全体あるいは部分的に室内試験結果に基づく 10^{-6}m/sec のオーダーの飽和透水係数 k_b 値を用いていることで, これに対し後者 (A, E) は原位試験結果に基づく 10^{-5}m/sec のオーダーの飽和透水係数 k_b 値を用いている. また, これらの中間的な水位を出力したGでは, コア写真を根拠として, 流用土下部のみ粘性土と判定して低透水係数値を用いている (表-6). 先述の通り, 飽和透水係数の値が浸潤面の平均的位置に対して大きな影響を与えることは実証済みである. これは, 水位が天端まで上がらないことからわかるように, 透水係数の値によらず降雨は全て堤内に浸透している一方, 透水係数が大きいほど法尻からの排水が速くなり, 結果として水位が下がりやすくなるからである. 本問題に対しては, 室内試験結果からの k_b 値のほうが実測値をより正確に再現しているように見えるが, これが一般的な知見かについてはさらなる検証が必要である.

実測と再現の相違をより明確に相対化するため, 実測水位を再現水位から差し引いたものを堤体高さ 5.1m で正規化したものを図-17 に示す. このようにして定義した相対誤差は, 7ケースの全てで ± 0.1 程度に概ね収まり, ケースGの2015年9月11日降雨時を除き, 最大でも $\pm$

0.2 に収まっている. 強雨に対する応答再現の課題については先に述べた通りである.

レベル3一斉解析では, ここで示した他にも, 蒸発散の影響について検討した. 降雨量を事前に割り引く方法を用いた場合, 当然のことながら出力される水位は全体的に低下する. これに対し, Thomthwaite³⁵⁾や Hamon³⁶⁾の方法などで可能蒸発散量を算出したうえで, 地表での飽和度に応じて割り引き^{8,17)}, 外向きフラックスとしてコード内で逐次解析した場合, 結果に大きな影響を与えないことを確認した. これは, 本研究で扱った砂質土堤防のように高透水性盛土を扱う場合, 重力による下方への浸透が卓越し, 表層の飽和度が常に低く保たれるためである. 一方で, 低透水性の堤防を扱う場合には, 少なからず影響が現れるものと推察される.

レベル3一斉解析者には, 経験豊かなコンサルタントから, 浸透流解析研究を専門としない大学教員まで多様な背景を持つ技術者が含まれたが, ここでの結果は, 不飽和浸透流解析による堤体中浸潤面変動の予測精度に対して肯定的な印象を残すものであり, 予測結果を堤体の安定性照査の実務で用いることを支持するものである.

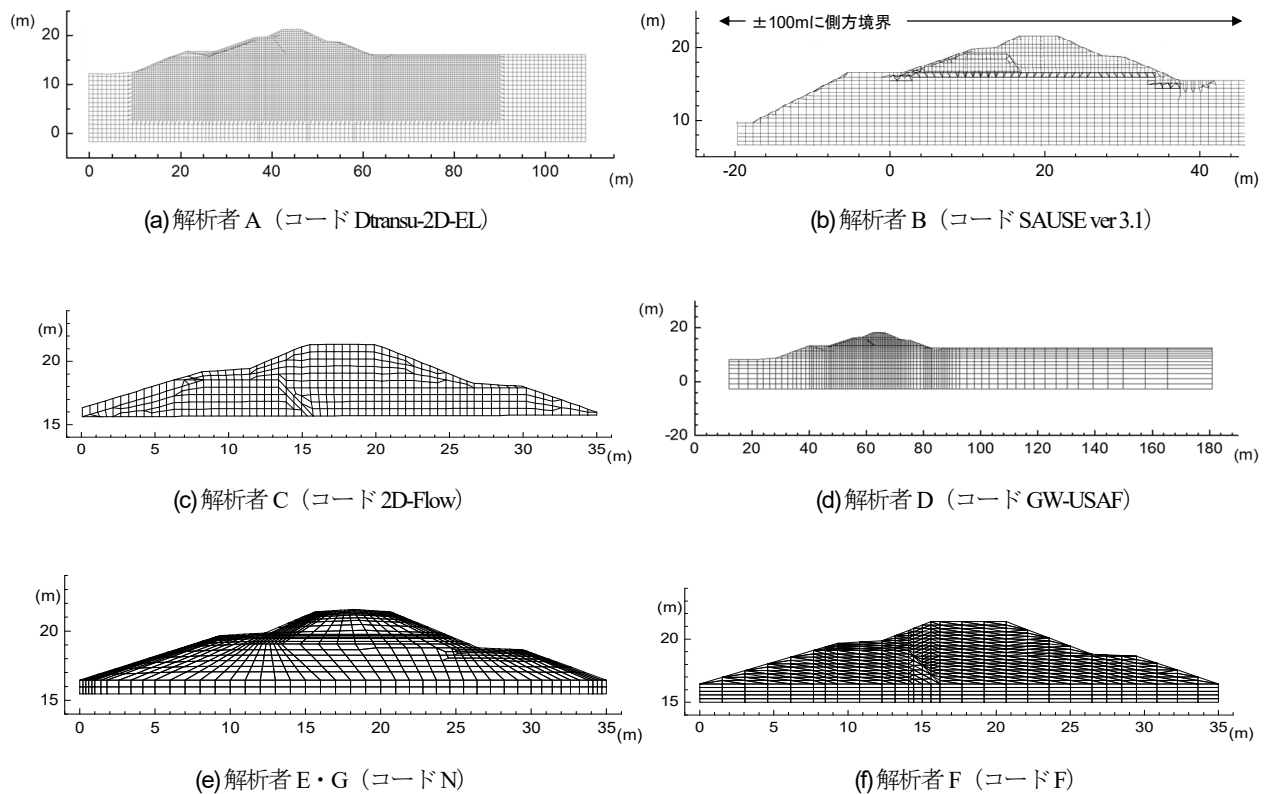


図-15 レベル3一斉解析で用いられたメッシュ

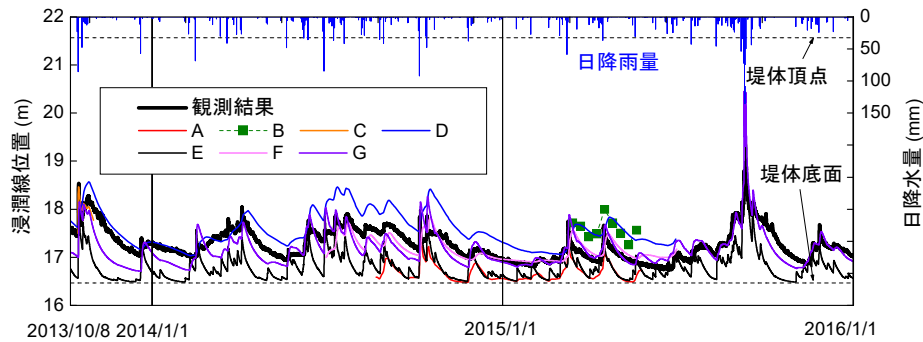


図-16 レベル3一斉解析（堤体内浸潤線位置の再現：条件統一なし）結果

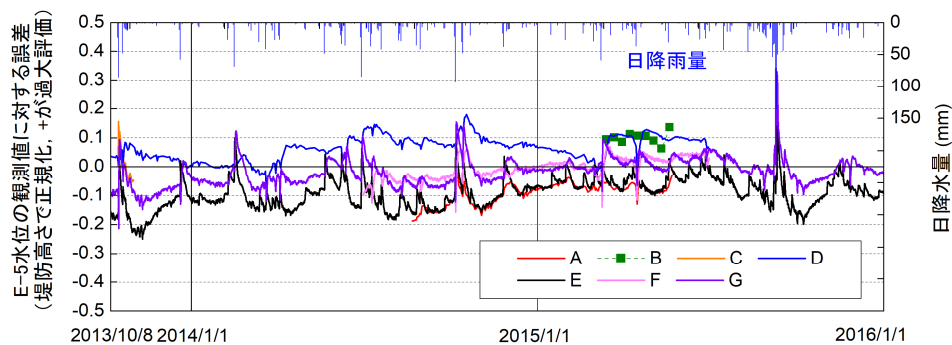


図-17 レベル3一斉解析結果：観測値に対する誤差（堤体高さに対する相対評価）

7. 結論

本論文では、堤体への降雨浸透に対する不飽和浸透流解析の適用性を確認するため、3段階の一斉解析を通して数値解析手法とそのコーディングの妥当性の検証、および原位置水位観測と解析結果の比較を行った。数値解析の精度を厳密に検証するため、理想化された問題の理論解をベンチマークとして各コードをテストしたレベル1解析から始まり、異なる統一条件のもと実在の堤防への降雨浸透問題について一斉解析を行ったレベル2・3解析について概説した。そこから得られた知見を以下にまとめる。

- (1) レベル1一斉解析より：用いた5つのコードには商用・自作のもの、また有限要素法・有限体積法に基づくものが含まれたが、いずれも理論解を満足な精度で出力することが確認された。
- (2) レベル2一斉解析より：レベル1解析で扱った問題とは異なり多数の乾湿サイクルを伴う問題に対しても、用いた複数のコードは一貫して整合した結果を出力し、時間差分の妥当性も確認された。わずかながら異なる結果を出力した有限要素法と有限体積法について、結果の相違の由来を分析・解説した。

(3) 以上より、対象問題のモデル化さえ統一されれば、堤体への降雨浸透問題はユーザーやコードに依存しない解を逐次積分型の数値解析により再現することが可能である。逆に、同一断面問題に対して解析結果に相違が見られる場合は、それは断面・降雨入力等の解釈やモデル化に由来するといえる。

(4) 実測値との整合という観点においては、原位置計測透水係数と「手引き」に示される不飽和水理モデルを用いた場合、数値結果は概ね実現現象を再現したといえる。しかし、強雨時の水位上昇を過大評価する傾向など、いくつかの課題も浮かび上がった。

近年は浸透過程と力学過程・熱力学過程の連成を施した複雑なコードも多数提案されているが、そのようなコードにおいても、不飽和浸透過程が卓越する設定（貯留係数 S に見合う弾性体を仮定、定温過程を仮定、など）にしたうえでレベル1解析を行うことで、基本的な浸透過程の再現精度を検証することができる。「手引き」に則り実務として河川堤防の安定性照査業務に関わる技術者の拠り所として、また、今後より複雑化・洗練された数値解析手法で河川堤防に係る種々の問題にアプローチする研究者の参照としても、本研究の検証結果と数々の知見は有用である。

謝辞：本研究の主体となった WG2 の母体委員会である土木学会地盤工学委員会堤防研究小委員会（岡村未対前委員長，前田健一現委員長）の活動は公益財団法人河川財団の河川基金の助成を受けたものである。国道交通省東北地方整備局からは阿武隈川枝野地区堤防の観測データ・土質データの提供その他種々の便宜を賜った。藤本弘之氏（株式会社ダイヤコンサルタント）・酒匂一成博士（鹿児島大学）・上野俊幸氏（応用地質株式会社）・下川大介氏（川崎地質株式会社）には一斉解析に参加頂き，また中部大学の杉井俊夫博士には WG2 設立時より継続的に貴重な意見を賜った。ここに記して深謝の意を表する。

付録 1 有限体積法離散化（透水係数と動水勾配）

ここでは，2 章で示した有限体積法の離散化について，その詳細を述べる。以下に示す定式法は Kim and Chor²³⁾に基づく。式(5)に示したように有限体積法の離散化過程では，計算セルの境界において，

$$k \frac{\partial \phi}{\partial n}, \quad \phi = h + z \quad (\text{A1})$$

を計算する。式(A1)に示したセル境界での透水係数 k 及び外向き法線方向の動水勾配 $\partial \phi / \partial n$ は，次のように求められる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\phi_2 - \phi_1}{\delta_1 + \delta_2} - \frac{\phi_a - \phi_b}{\Delta s} \tan \beta \quad (\text{A2})$$

$$k = \frac{\delta_1 + \delta_2}{\frac{\delta_1}{k_1} + \frac{\delta_2}{k_2}} \quad (\text{A3})$$

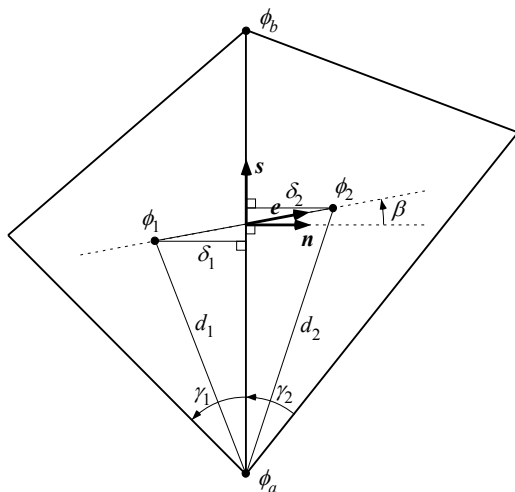


図-A1 隣接する計算セル

ここに， δ_1 （または δ_2 ）， β は，図-A1 に示すように，セル中心からセル境界までの距離，隣接するセル中心を結んだ線分とセル境界の法線とのなす角を意味し，1 及び 2 の添え字は左右の隣接セル， a 及び b の添え字はセル境界辺の端点（セルの頂点）を表す。式(A2)は，図-A1 に示すように単位ベクトル s , n , e を設定したとき，

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial e} &= \frac{\partial \phi}{\partial n} \cos \beta + \frac{\partial \phi}{\partial s} \sin \beta \\ \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial n} &= \frac{\partial \phi}{\partial e} \cdot \frac{1}{\cos \beta} - \frac{\partial \phi}{\partial s} \tan \beta \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

となることから導かれる。また，式(A3)は透水性の異なる多孔質体を通過する浸透流の平均的な透水係数を算出するものである。

表-A1 レベル 1 一斉解析問題の理論解²⁹⁾

変数	式
境界条件に関わるもの	
h_{top}	$= \frac{1}{\alpha} \ln \left[e^{\alpha \bar{h}_0} + \frac{\bar{h}_0}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \right]$
定常解に関わるもの	
$\bar{h}_0$	$= 1 - e^{-\alpha \bar{h}_r}$
β_1	$= \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} + \left(\frac{2\pi}{a} \right)^2}$
$\bar{h}_{ss}$	$= \frac{\bar{h}_0}{2} e^{\frac{\alpha}{2}(b-y)} \left[\frac{\sinh \frac{\alpha}{2} y}{\sinh \frac{\alpha}{2} b} - \cos \left(\frac{2\pi x}{a} \right) \frac{\sinh \beta_1 y}{\sinh \beta_1 b} \right]$
h_{ss}	$= \frac{1}{\alpha} \ln(e^{\alpha \bar{h}_r} + \bar{h}_{ss}) \quad (\text{定常解})$
非定常解に関わるもの	
λ_k	$= \frac{k\pi}{b}$
c	$= \frac{\alpha(\theta_s - \theta_r)}{k_s}$
γ_1	$= \frac{1}{c} \left(\lambda_k^2 + \frac{a^2}{4} \right)$
γ_2	$= \frac{1}{c} \left[\left(\frac{2\pi}{a} \right)^2 + \lambda_k^2 + \frac{a^2}{4} \right]$
$\bar{\phi}$	$= \frac{\bar{h}_0}{bc} e^{\frac{\alpha}{2}(b-y)} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{-k} \lambda_k \left[\frac{1}{\gamma_1} e^{-\gamma_1 t} - \frac{1}{\gamma_2} \cos \left(\frac{2\pi x}{a} \right) e^{-\gamma_2 t} \right] \sin \lambda_k y$
$\bar{h}$	$= \frac{1}{\alpha} \ln(e^{\alpha \bar{h}_r} + \bar{h})$
h	$= \bar{\phi} + \bar{h}_{ss} \quad (\text{非定常解})$

式(A2)に必要なセル頂点での ϕ の値(例えば ϕ_a)は、その頂点を共有する計算セルにおける ϕ の値から、透水性を考慮したラプラスアン近似により、以下のよう

$$\phi_a = \frac{\sum_{i=1}^{N_c} \frac{k_i \gamma_i}{d_i} \phi_i}{\sum_{i=1}^{N_c} \frac{k_i \gamma_i}{d_i}} \quad (\text{A5})$$

ここに、 N_c は対象とする頂点を共有する計算セル数、 d_i と γ_i は各計算セルの中心から対象とする頂点までの距離とその頂点における内角を意味する(図-A1 参照)。

付録2 レベル1一斉解析問題の理論解

4章で示した問題の理論解は Tracy²⁹⁾によって解析的に導かれており、表-A1に示す通りである。

参考文献

- 国土交通省河川局治水課：河川堤防設計指針，2007.
- 国土技術研究センター：河川堤防の構造検討の手引き（改訂版），pp.45-56, 2012.
- 西村聡：降雨浸透と盛土・基礎地盤圧縮に起因する堤体内水位変動の予測，地盤工学会北海道支部技術報告集，Vol.55, pp.235-244, 2015.
- 地盤工学会 2003 年十勝沖地震地盤災害調査委員会：2003 年十勝沖地震地盤災害調査報告書。
- 国土技術政策総合研究所・土木研究所：平成 23 年（2011 年）東北地方太平洋沖地震土木施設災害調査速報，国土技術政策総合研究所資料 646，土木研究所資料 4202，p.254, 2011.
- 国土技術研究センター河川堤防耐震対策緊急検討委員会：東日本大震災を踏まえた今後の河川堤防の耐震対策の進め方について報告書，2011.
- 佐々木康，三浦高史，成田秋義，石戸谷信吾，木村晃，伊藤龍一，中山修，柳畑亨，佐古俊介：閉封飽和域の液状化による堤防被災過程に関する研究，河川技術論文集，第 18 巻，pp.333-338, 2012.
- Nishimura, S., Tokoro, T. and Rivas, M. F.: Predicting pore water pressure variations in embankments due to evapotranspiration and precipitation, *Technical Report of JGS Hokkaido Branch*, Vol.56, pp.339-348, 2016.
- Nishiie, S., Nishimura, S. and Yamazoe, N.: Long- and short-term pore water pressure variations in sandy river dike interpreted with 1- and 2-phase seepage flow analysis, *Proc. of 7th Asia-Pacific Conference on Unsaturated Soils*, 2019.
- 渦岡良介，櫻井英行，中井健太郎，森口周二：数値解析の V&V（検証と妥当性確認），地盤工学会誌，Vol.65, No.11/12, pp.48-49, 2017.
- 藤山哲雄，杉江茂彦：複数の FEM プログラムによる解析結果の比較と考察—軟弱地盤上における盛土の圧密解析の場合—，土と基礎，Vol.53, No.8, 571, pp.13-15, 2005.
- Nguyen, M. N., Bui, T. Q., Yu, T. and Hirose, S.: Isogeometric analysis for unsaturated flow problems, *Computers and Geotechnics*, Vol.62, pp.257-267, 2014.
- Celia, M. A. and Bouloutas, E. T.: A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation, *Water Resource Research*, Vol.26, No.7, pp.1483-1496, 1990.
- Rathfelder, K. and Abriola, L. M.: Mass conservative numerical solutions of the head-based Richards equation, *Water Resource Research*, Vol.30, No.9, pp.2579-2586, 1994.
- Ng, C. W. W. and Zhan, L. T.: Comparative study of rainfall infiltration into a bare and a grassed unsaturated expansive soil slope, *Soils and Foundations*, Vol.47, No.2, pp.207-217, 2007.
- An, N., Hemmati, S. and Cui, Y.: Numerical analysis of soil volumetric water content and temperature variations in an embankment due to soil-atmosphere interaction, *Computers and Geotechnics*, Vol.83, pp.40-51, 2017.
- Kawai, K.: Influence of soil moisture and stratigraphic structure on actual evaporation, *Proc. of 19th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, pp.1167-1170, 2017.
- Zienkiewicz, O. C. and Cheung, Y. K.: *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics*, McGraw-Hill, pp.148-169, 1967.
- 赤井浩一，大西有三，西垣誠：有限要素法による飽和—不飽和浸透流の解析，土木学会論文報告集，第 264 号，pp.87-96, 1977.
- 土質工学会：根切り工事と地下水—調査・設計から施工まで—，pp.356-412, 1991.
- Bresciani, E., Davy, P. and de Dreuzy, J. R.: A finite volume approach with local adaptation scheme for the simulation of free surface flow in porous media, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.36, pp.1574-1591, 2012.
- Darbandi, M., Torabi, S. O., Saadat, M., Daghighi, Y. and Jarrahbashi, D.: A moving-mesh finite-volume method to solve free-surface seepage problem in arbitrary geometries, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.31, pp.1609-1629, 2007.
- Kim, D. and Choi, H.: A second-order time-accurate finite volume method for unsteady incompressible flow on hybrid unstructured grids, *Journal of Computational Physics*, Vol.162, pp.411-428, 2000.
- Hishiya, T., Nishigaki, M., Hashimoto, N. and Yageta, M.: The numerical method for saturated-unsaturated fluid density-dependent groundwater flow with mass transport, *ModelCARE96: Calibration and Reliability in Groundwater Modeling*, pp.89-98, 1996.
- Nishigaki, M., Hishiya, T. and Hashimoto, N.: Density dependent groundwater flow with mass transport in saturated-unsaturated porous media, *The First Asian-Pacific Congress on Computational Mechanics*, pp.1375-1380, 2001.
- 畠山正則，京野修，川原孝洋：連続加圧方式による保水性試験装置の開発，応用地質技術年報，No.34, pp.23-54, 2015.
- Reynolds, W. D. and Elrick, D. E.: Ponded infiltration from a single ring: I. Analysis of steady flow, *Soil Science*

- Society of America Journal*, Vol.54, pp.1233-1241, 1990.
- 28) 地盤工学会：不飽和地盤の挙動と評価, pp.67-76, 2004.
 - 29) Tracy, F. T.: Clean two and three dimensional analytical solutions of Richards' equation for testing numerical solvers, *Water Resources Research*, Vol.42, Issue 8, pp.8503-8513, 2006.
 - 30) Smith, I. M. and Griffiths, D. V.: *Programming the Finite Element Method*, the 4th edition, John Wiley & Sons, pp.357-402, 2004.
 - 31) Huyakorn, P. S. and Pinder, G. F. (赤井浩一訳監修)：地下水解析の基礎と応用, 現代工学社, p.157-170, 1987.
 - 32) Neuman, S. P.: Saturated-Unsaturated seepage by finite elements. *ASCE J. Hydraul. Div.*, Vol.99 (HY2), pp.2233-2251, 1973.
 - 33) van Genuchten, M. Th.: A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Science Society of America Journal*, Vol.44, pp.892-898, 1980.
 - 34) 西村聡, Rivas, M. F.：盛土中の浸潤面挙動に関するパラメトリックスタディからの知見, 地盤工学会北海道支部技術報告集, Vol.58, pp.43-52, 2018.
 - 35) Thornthwaite, C. W.: An approach toward a rational classification of climate, *Geographical Review*, Vol.38, pp.55-94, 1948.
 - 36) Hamon, W. R.: Estimating potential evapotranspiration, *Journal of Hydraulics Division, Proc. of the American Society of Civil Engineers*, Vol.87 (HY3), pp.2817-2822, 1961.

(Received April 2, 2019)

(Accepted August 15, 2019)

INSIGHTS FROM ROUND-ROBIN SEEPAGE ANALYSIS EXERCISE ON RIVER LEVEE WETTING DUE TO RAINFALL INFILTRATION

Akira SHINSEI, Satoshi NISHIMURA, Kazunori FUJISAWA, Yuji TAKESHITA,
Katsuyuki KAWAI, Shunsuke SAKO, Hirotohi MORI, Nobutaka YAMAZOE
and Masayuki OHTA

The stability assessment of river levee against intense rainfall and flooding involves predicting variations of the phreatic surface level and pore water pressure through unsaturated seepage analysis. This study is a summary of collective work conducted by JSCE River Levee Research Committee WG2, which was set up in 2012 to investigate the applicability of unsaturated seepage analysis to the levee wetting problems in practice, and to assess the accuracy and robustness of the analysis implemented with different numerical codes by different users. To this end, three levels of round-robin analysis exercise were conducted, in which different degrees of prescription were imposed to analysis conditions. Amongst the main findings from this exercise is that all the numerical codes, whether commercial or home-grown by the authors, output sufficiently accurate and practically identical solutions when same conditions are input, despite the differences in their discretisation methods, integration methods, etc. When the participants were given a total freedom in modelling the given levee's cross-section and material data, notable variations in the numerical results came out, confirming that each participant's engineering judgment in conditioning/modelling, not the sensitivity of numerical codes, is the main cause of the diverse outputs. Nevertheless, the variations are on the whole within a range which can be deemed acceptable for most levee engineering purposes.