

信頼性解析の河川堤防への適用に関する研究

岐阜大学 工学部社会基盤工学科 本城勇介
 岐阜大学 工学部社会基盤工学科 大竹 雄
 岐阜大学 工学部社会基盤工学科 神谷浩二

概要：

本研究は、河川堤防の浸透安定性評価の信頼性解析方法を適用し、その可能性を明確にすることを目的としている。実際の河川堤防、実際の地盤調査データを活用して地盤調査データの統計分析を踏まえて一連の信頼性解析方法を示し、具体的に解析を行った。その結果、著しい地盤情報の不足から地盤パラメータの不確実性の定量化が困難であり、著者らがこれまで構造物基礎等で取り扱ってきた問題とは大きく異なり、信頼性解析を適用する上での多くの課題が抽出された。ここで得られた成果は、今後の信頼性解析法の開発へ向けての重要な基礎資料を提供するとともに、現行の設計法が抱える具体的な課題を明確にされている。

キーワード：信頼性解析、河川堤防、浸透流解析、応答局面

1. はじめに

河川堤防の設計の原則を定めた河川構造令では、長い間「形状規定方式」がとられ、断面形状（余裕高、天端幅、のり勾配等）の最低基準を河川の規模（流量）等に依って規定しているだけであった。従って現在の堤防が、必ずしも防災構造物としての安全性について、十分な信頼性を有するとは言えないのが現状である。

しかし河川堤防の計画的な補強対策の立案について、その必要性や優先順位を決定することが求められる様になり、他の構造物と同様に、外力と抵抗を比較する安全性照査型の設計法への移行が図られている。この方向性は、1997年の「河川砂防技術基準(案)」の改定から明確に認められている。さらに、2002年に通達された「河川堤防設計指針」(国土交通省河川局治水課、2002) (以下、「指針」と呼ぶ)と、これに準拠して作成された「河川堤防の構造検討の手引き」(国土技術研究センター、2002) (以下、「手引き」と呼ぶ)は、この方向性をさらに明確なものとした。「指針」では、耐浸透機能、耐浸食機能、耐震性能の3つを安全性照査の対象とすることを規定している。さらに「指針」では、河川堤防においても他の構造物と同様に「性能規定型の設計法」への移行の意思が示されている。

一方、河川被害の多かった2004年(平成16年)を契機にして堤防の豪雨時の照査業務5か年計画が全国一斉に

進められ、直轄河川堤防の安全率が評価された(宇野、2011)。直轄河川のいろいろの情報は、すでにデータベース化されている。約1万kmを超す総延長の約4割弱の堤防の照査上の安全性が不十分であると評価され、真に対策の必要な箇所の絞り込みと、その強化が期待されている現状である。

以上を踏まえ、本研究では、荒川中流域右岸(58.0km~68.0km)を対象として、実地盤データを用いて「手引き」に示されている評価手法に基づいて堤防の構造物特性を考慮した信頼性解析のあり方を研究し、その適用可能性および現行評価方法の課題を明確にした。

2. 対象堤防と地盤調査データの概要

埼玉県熊谷市小八林~比企郡吉見町久保田新田に位置する、荒川中流域右岸の河川堤防(河口からの距離58.0km~68.0kmの区間)を対象とする。この地域は、計画高水位における川幅は広く(最大川幅2537m)、堤防高は約5m~10mとなる河川堤防である。全区間において堤体は主に粘性土である。基礎地盤は沖積粘性土(Ac)であり、地点毎に堆積厚さが変化するが、5m~20m程度である。

この河川堤防に対して実施されている調査・試験は、標準貫入試験(N値)、基本物理試験(粒度、湿潤密度)が河川の縦断方向へ約0.4km間隔の計25か所で行われ、UU試験(粘着力)が21か所で行われている(表1)。また、標準貫入試験は、各断面の表のり・天端・裏のりで行わ

れ、N 値や堤体の土層構成や基礎地盤の深度が計測されている。また、国土技術研究センターがまとめた対象区間の詳細点検結果成果より、堤防形状、地層構造、築堤履歴などを得ることができる。

表-1 地盤調査の実施数

対象試験	実施数	
標準貫入試験	25	
基本物理試験	25	
力学試験	UU 試験	21

3. 信頼性解析の全体スキーム

設計スキームの考え方を図-1 に示す。設計の手順を、1)地盤解析、2)不確実性解析、3)信頼性解析の3つの部分に分ける。

(1) 地盤解析 (手順1) 通常行われている解析の手順と概ね同じである。用いた解析手法は、「手引き」に従い、非定常の飽和・不飽和浸透流解析を行い、堤体内に浸潤する水位を設定し、一般全応力円弧すべり法により堤体の安定性を照査する方法を用いた。ここで、構造物の応答 (y) と基本変数 (x ; 地盤パラメータ, 外力等) を結ぶ関数関係が簡単ではないことから直接信頼性解析を行うのは困難である。従って、基本変数 x の範囲を動かし、パラメトリックスタディ解析を行う。これは、手順3の信頼性解析において、x と y の関係を回帰分析により近似し、応答曲面を導出するための基礎資料となる。なお、この作業は、信頼性解析と完全に分離されており、「工学的判断」が有効に機能する。

(2) 不確実性解析 (手順2) 基本変数 x の不確実性を、統計学的手法により定量化 (x を確率分布でモデル化) する作業である。

(3) 信頼性解析 (手順3) 1)のパラメトリックスタディ解析結果 (応答値 : y) を基本変数 (x) で近似した応答曲面を構築する。これを実施すると、応答値と基本変数の関係を設計者が把握することになり、この応答曲面自身が設計者に多大な情報を与える。得られた応答曲面と手順2で得た不確実性情報に基づき、モンテカルロシミュレーション(MCS)により、構造物が限界状態に達する確率 (=破壊確率) を求める。

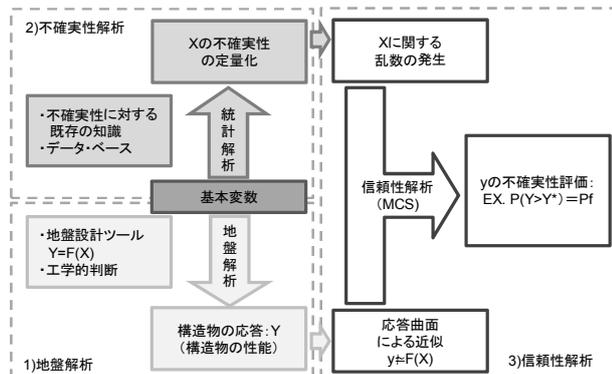


図-1 信頼性設計スキーム

4. 不確実性解析

(1)地盤パラメータの不確実性

地盤調査結果を統計的に解析し、堤体と基礎地盤の地盤パラメータ (非排水せん断強度, 透水係数) について、堤体, 基礎地盤に分けて、計測値にみられるばらつきを定量化した。

1)非排水せん断強度 (粘性土, UU 試験)

UU 試験データには $\phi=0$ (データ数 17), $\phi \neq 0$ (データ数 14)となるデータが存在していた。本研究では、この内、UU 試験 $\phi=0$ となるデータを解析しモデル化を行った。図-2 にデータのヒストグラムと正規分布への当てはまりを示す QQ プロットを示す。表-2 に示す、平均値, 標準偏差の正規分布でモデル化できると仮定した。

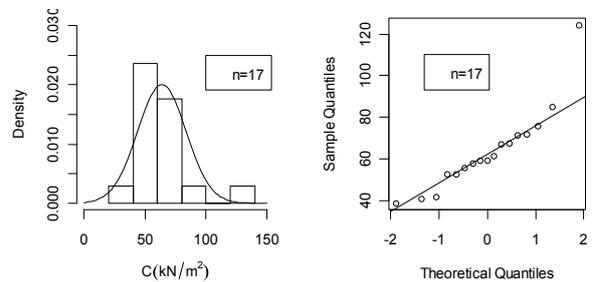


図-2 非排水せん断強度

表-2 非排水せん断強度試験値のばらつき(UU 試験)

対象試験	データ数	平均値	標準偏差	変動係数
堤体	17	64	19.9	0.31
基礎地盤	23	51	20.5	0.40

2)透水係数

対象区間においては、透水試験(主として注水法)により 17 地点で透水係数が計測されている。ただし、堤体に対して注水法を適用すると透水係数を過大に評価する傾向があることが知られており、本研究で扱う地盤調査データにおいても Creager 提案値と比較して大きな値が得られた。透水係数(Creager 提案値)のデータから透水係数のモデル化について検討することとした。また、透水係数は、その分布範囲を把握しやすくするため、常用対数をとった値で解析を行った。図-3 には、堤体の透水係数のヒストグラムと対数正規分布への当てはまりを示す QQ プロットを示した。これより、表-3 に示す平均値,

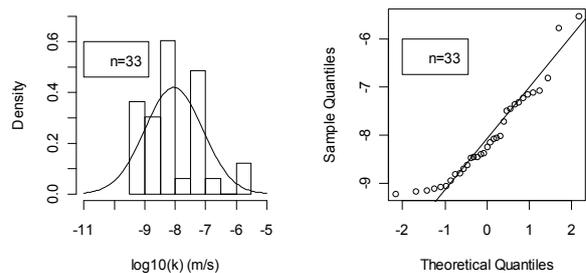


図-3 透水係数 (堤体の場合)

標準偏差の対数正規分布でモデル化できると仮定した。

表-3 透水係数のばらつき(CU 試験)

対象試験	データ数	平均値	標準偏差
堤体	33	-8.04	0.95
基礎地盤	54	-8.13	0.78

3) 湿潤密度

湿潤密度については、基本物理試験の値を整理し、表-4の結果を得た。既往の研究と同様にばらつきは非常に小さく、本研究では、不確実性要因としては扱わないこととした。

表-4 湿潤密度の計測値のばらつき

対象試験	データ数	平均値	標準偏差	変動係数
堤体	35	35	1.81	0.04
基礎地盤	41	41	1.78	0.07

なお、入手したデータから試験値にみられるばらつきのモデル化を行った。ただし、以下に示す課題を有しており、信頼性解析を適切に実施するための十分なモデル化には至っていないことに留意されたい。

- ・ 構造物の長さ、ボリュームの大きさに比較して、地盤調査の量が極めて少ない。さらに人工構築物である堤防堤体では、自然地盤であれば仮定できるような地盤パラメータの連続性や均質性を仮定できない一方、築堤履歴などあまり精度の高くない情報に依存した解釈を行わざるを得ない。
- ・ 上記の結果、通常、地盤であれば自己相関構造の解析を通じて区別して扱うことのできる、地盤パラメータの空間的ばらつきが構造物の性能に与える影響と、パラメータの統計的推定誤差を分離して扱うことができず、地盤パラメータの不確実性については非常に大雑把な不確実性に関する仮定を置かなければならなかった。この結果、地盤パラメータの不確実性を過大評価している可能性がある。

(2) モデル化誤差

設計計算では、多くの単純化や理想化が行われる。この結果、計算結果と真値の間には乖離が存在する。これを設計モデル化誤差と言い、信頼性設計における不確実性要因として扱う(式9)。通常、過去の実績や、実大規模に近い実験・試験結果と、既存の設計法から求められる計算結果の比較からキャリブレーションし、その偏差やばらつきを解析する。

$$G_c = G + e \tag{9}$$

ここに、 G_c は真の安全率、 G は計算された安全率、 e はモデル誤差である。本研究では、菊森(2008)国土技術政策研究所資料「堤防の浸透破壊に対する安全性評価の精度向上に関する調査(資料p-8, 表-3.1)」にある、23 地点

の被災事例と解析結果の一覧より、設計計算の安全率と真の安全率(被災における安全率=1.0)との誤差(モデル化誤差)について検討した。これらの事例は、被災した堤防の断面形状、土質構成、地盤パラメータ、外力条件が分かっており、被災が発生した当時の状況を設計計算で再現させ、その時の円弧すべり安全率、局所動水勾配(パイピング)、G/W(盤ぶくれ)の値が計算され一覧にまとめられている。

菊森(2008)では、浸透に起因する法崩れ及び漏水した事例 23 例(うち破堤 2 例)が収集されている。本研究では、これらすべてが破堤しているわけではないが、これにきわめて近い状態にあったと考え、この時の円弧すべりに対する安全率または浸透破壊に対する安全率が 1.0 であったと仮定した。また、鉛直方向の局所動水勾配の照査基準値は $i_{vc}=0.8$ とした。

図4は、局所動水勾配もしくは盤ぶくれ(支配的な方の安全率)と円弧すべり安全率の散布図を示している。ここで、局所動水勾配と盤ぶくれの安全率とは、先に示した基準値で、計算値を除いた値である。

その散布図で基準値となる点線から上側が基準値を満たさない(不安定側)となるよう散布図を描いた。それぞれの円弧すべり安全率に対して、赤丸が水平方向の局所動水勾配、青丸が鉛直方向の局所動水勾配を、緑三角が盤ぶくれに対応する点を表す。なお、各地点での浸透破壊において、局所動水勾配(水平方向と鉛直方向)、盤ぶくれの値の中から、それぞれの基準値($i_{hc}=0.5$, $i_{vc}=0.8$, $G/W=1.0$)に対して一番クリティカルな点だけをプロットした。この結果では、局所動水勾配がクリティカルとなる指標はすべて水平方向の局所動水勾配の値であった。

青の領域で囲まれた領域にある点は円弧すべりがクリティカルと考えられる範囲で、赤の領域で囲まれた領域にある点は局所動水勾配、または盤ぶくれによりクリティカルと考えられる範囲となる。黒の領域で囲まれた領

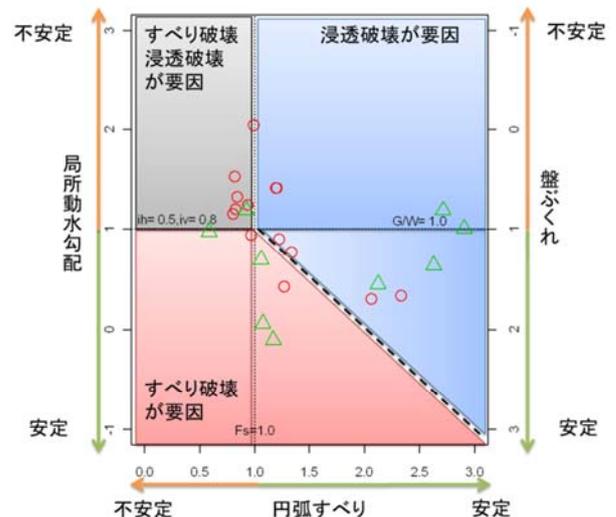


図4 照査結果に基づく破壊モードの推定

域にある点は、円弧すべりまたは局所動水勾配、盤ぶくれすべてがクリティカルと考えられる範囲である。

青の領域にある点は F_s と基準値($F_s=1.0$)との差を、赤の領域にある点は i_h , i_v または G/W と基準値($i_{hc}=0.5$, $i_{vc}=0.8$, $G/W=1.0$)との差を、黒の領域にある点は F_s と基準値($F_s=1.0$)との差, i_h , i_v または G/W と基準値($i_{hc}=0.5$, $i_{vc}=0.8$, $G/W=1.0$)との差を算出する。ここで得られた、各地盤パラメータの統計量を設計モデル化誤差 e とし、設計計算における不確実性要因として扱う。ここで、円弧すべり安全率 F_s における基準値との誤差のヒストグラムと Q-Q プロットを図5に示す。これにより、円弧すべり安全率 F_s の設計モデル化誤差であれば、平均値 0, 標準偏差 0.178 の正規分布でモデル化される。同様に、局所動水勾配、盤ぶくれについても正規分布を仮定してモデル化を行った(表5)。

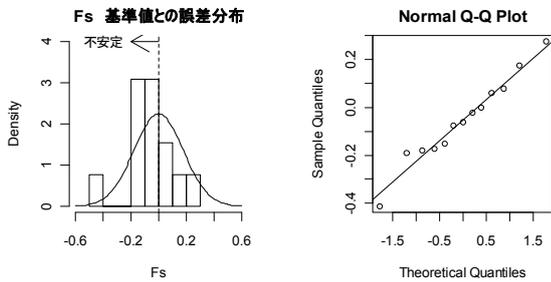


図5 円弧すべりのモデル化誤差

表-5 照査項目別の統計量

照査項目	データ数	平均値	標準偏差
円弧すべり	13	-0.052	0.178
局所動水勾配	12	0.067	0.247
盤ぶくれ	6	0.09	0.303

5. 地盤解析と応答局面の作成

(1)地盤解析の概要

標準貫入試験が複数本実施されている6地点(58.8km, 62.4km, 63.6km, 64.8km, 65.6km, 66.0km)を解析の代表断面として地盤解析及び応答局面の作成を行った。解析方法は、「手引き」に従い、非定常の飽和・不飽和浸透流解析により計算された堤体内の水位や局所動水勾配、堤体法尻部における揚圧力を用いて、円弧すべり計算、パイピング破壊の照査(局所動水勾配)、盤ぶくれの照査を行う。ここでは、浸透流解析の解析モデルの設定方針について、その概要を示す。

図6は、解析モデルの一例として65.6kmのモデル図を示した。解析モデルの考え方は、「手引き」に従い、一般に設計実務で採用されている方法を用いている。水平方向の解析領域は、堤体の両側に堤体高さの10倍(100m)とした。鉛直方向の解析領域は、不透水層と仮定できる洪積粘性土層までモデル化した。水位は堤外地側に与え、

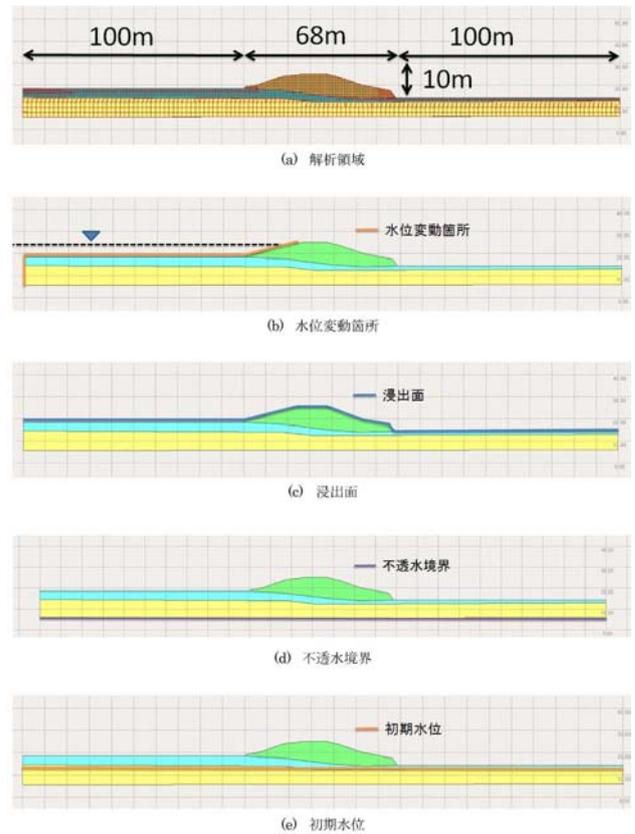


図-6 解析モデル図

浸出面は地盤表面全域に与えた。なお、解析領域の底面は、不透水境界を設定し、初期の地下水位は、堤内地盤面の下方(地盤面から-0.5m)に設定した。

解析に用いるパラメータの平均値を表6に示す。この値は、「4.不確実性解析」で定量化した解析パラメータの平均値を示している。なお、不飽和特性については、「手引き」で土質分類別に設定されている標準的な体積含水率 θ -比透水係数 k_r の関係と水分特性曲線 ($\theta-\psi$) を用いている。

表-6 解析に用いる地盤パラメータの平均値

地層	k (m/s)	不飽和特性*		γ_t (kN/m ³)	せん断強度	
		$\theta-k_r$	$\theta-\psi$		c(kN/m ²)	$\phi(^{\circ})$
Bc	1.64E-07	粘性土	粘性土	18.7	64	0
Bs	1.01E-07	礫・砂質土	礫・砂質土	18.7	56	37
基礎地盤Ac	3.26E-06	粘性土	粘性土	17.8	51	0

※「手引き」に示されている関係式を用いる

なお、過去の洪水記録を踏まえて、荒川中流域の設計外力が定められている。降雨量と水位の時間変化を図54に示す。降雨強度の事前降雨として、1mm/hrが230hr継続し、その後に降雨10mm/hrが55hr継続するモデルとなっている。河川水位は、150.7hrから上昇し始め、279hrにピーク(計画高水位)となり6hr維持する。その後急激に水位が低下し、295hr後には平水位に戻る。設計上の配慮から、洪水時の降雨10mm/hrの終了時と水位のピーク

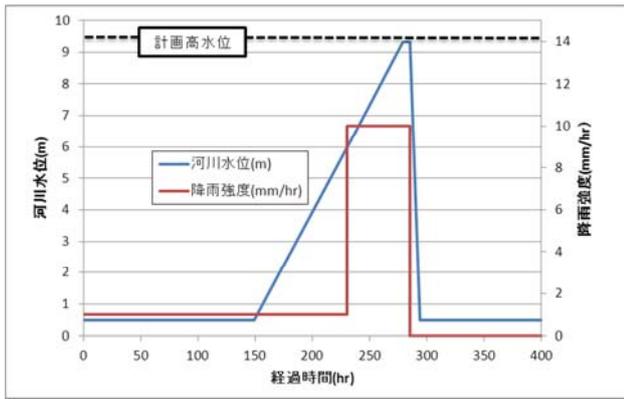


図-7 降雨と河川水位波形のモデル化

の終了時が一致するように組み合わせている(図-7).

(2) 応答局面の導出

応答曲面とは、前述の通り、地盤解析により導いた対象構造物の応答と基本変数（地盤パラメータ、外力等）の近似的な関数関係である。先に示した代表断面の地盤解析の解析モデルを基本として、応答に影響を及ぼすと考えられるパラメータを変化させて解析を行い、回帰分析して導出する。その際、制限値（円弧すべり安全率、パイピング安全率など）付近の応答が得られるケースの解析を多数行い、制限値付近の精度が良い関数を導出する。すなわち、制限値を超えているか否かを判断するためのツールとして用いる。また、回帰分析では、説明変数となる地盤パラメータを平均値で除した値で回帰分析を行う。これは得られた応答曲面から、基本変数がどの程度、応答値に影響するか定量的に把握しやすくするためである。なお、応答曲面は、代表6断面それぞれに構築するとともに、堤防全体を統一的に評価することを考えて、堤防全区間で活用できる一般化した応答曲面を構築する。ここで、基本変数としては、堤体地盤の粘着力 c_0 、基礎地盤の粘着力 c_1 、堤体の透水係数 k_0 、基礎地盤の透水係数 k_1 、堤体高さ H 、堤体幅 L 、裏法尻の傾斜角度 θ 、基礎地盤 Ac の深さである。作成された応答局面を表-7に一覧表で示す。

6. 信頼性解析

一般化した応答局面を用いて、対象堤防全体の信頼性解析を行う。ここで、先に示したとおり、地盤パラメータについては、対象区間全体で同じ不確実性を有するものと仮定する。これに加えて、応答局面に用いる形状パラメータ(堤体高さ： H 、堤体幅： L 、裏法尻角度： θ)は、堤防定規測量結果から連続的に把握されており、それを

確定値とする。そして、 Ac 層深さ： D については、標準貫入試験が行われている地点のみの情報しか得られていないため、調査地点間は、Kriging 法により空間補間をして、深さの不確実性を考慮した。

以上の準備を踏まえて、100m 間隔でモンテカルロシミュレーションを行い、堤防全体の信頼性を評価した。各点の信頼性は信頼性指標 β で評価して整理した。

$$\beta = \frac{\mu}{\sigma}$$

ここで、 μ は性能関数(計算値-制限値)の平均値、 σ は性能関数の標準偏差である。加えて、各不確実性要因が対象区間構造物の信頼性にどれだけ寄与するか検討する。各不確実性要因に対する σ_i^2 を算出した。ここで、 σ_i^2 とは、基本変数 i を平均値で固定して MCS を行うことにより、基本変数 i の不確実性がない場合の信頼性指標 β_i を算定し、性能関数が基本変数の線形和という仮定(式(11))に基づいて不確実性(分散)を求める方法である。これを構造物の信頼性に与える不確実性 σ_i^2 と捉え、その寄与度について分析する。式を展開すると下式に示すように単純な式で表現される。

$$\beta = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2}} = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma^2}}$$

$$\beta_{-i} = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_{i-1}^2 + \sigma_{i+1}^2 + \dots + \sigma_n^2}} = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma^2}}$$

$$\frac{\sigma_i^2}{\sigma^2} = \frac{(\bar{R} - \bar{S})^2}{\sigma^2} \left(\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta_{-i}^2} \right) = 1 - \frac{\beta^2}{\beta_{-i}^2}$$

$$\sigma_i^2 = 1 - \frac{\beta^2}{\beta_{-i}^2} \sigma^2$$

円弧すべり計算における信頼性評価結果を図-8(a)に示す。対象区間の中間部 62~65km 地点で信頼性指標 β が小さく、相対的に危険度が高い区間であることが読み取れる。この区間は、過去に被災履歴があった箇所でもあり、実際の危険度を概ね評価できている可能性がある。また、不確実性の寄与度(図-8(b))を見ると、基礎地盤の粘着力 c_1 の不確実性の寄与が支配的であることが読み取れる。対象堤防の円弧すべり安定性の信頼性を向上させるためには、 c_1 の地盤調査を追加するなどその不確実性の定量化を適切に行うことが望まれる。

局所動水勾配の照査結果を図-8(c),(d)に示す。これは、円弧すべり計算と異なり、対象区間の始点、終点部で信頼性指標 β が小さい値を示し、相対的に危険度が高いこ

表-7 一般化した応答局面

破壊モード	一般化した応答曲面	R ²
堤体すべり	$F_s = 3.60 + 3.75 * C_0 - 0.87 * H + 0.050 * H^2$	0.951
基礎すべり	$F_s = 2.35 + 0.0066 * C_0 * L + 0.20 * C_1 * D - 0.055 * H - 0.11 * D - 0.013 * L$	0.850
水平方向 i_h	$i_h = 0.33 + 0.28 * k_0 * H + 0.093 * k_1 / k_0 + 0.30 * H - 0.013 * L + 0.25 * \tan \theta$	0.760
鉛直方向 i_v	$i_v = 1.00 + 0.23 * k_0 * H + 0.26 * k_1 / k_0 + 0.57 * H - 0.060 * L - 0.68 * \tan \theta$	0.654
盤ぶくれ	$G/W = -1.50 - 0.22 * k_0 * H + 0.094 * k_1 * D - 0.095 * H + 0.14 * D + 2.35 * \tan \theta$	0.716

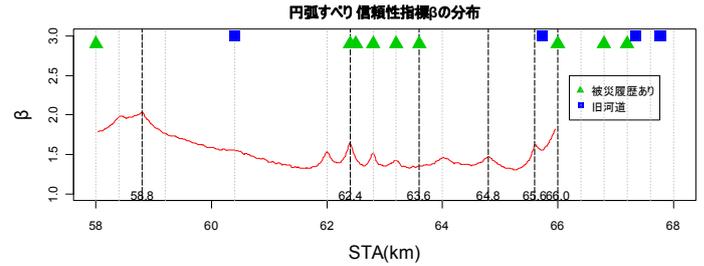
とを示している。これは、旧河道部との関係があるようにも見えるが明確ではない。また、不確実性の寄与を確認すると、堤体の透水係数の影響、モデル化誤差、応答局面の回帰精度の影響が大きいことが分かる。円弧すべり計算に比べて設計式自体の誤差が大きく、設計手法自体の改善が望まれる。

7. まとめ

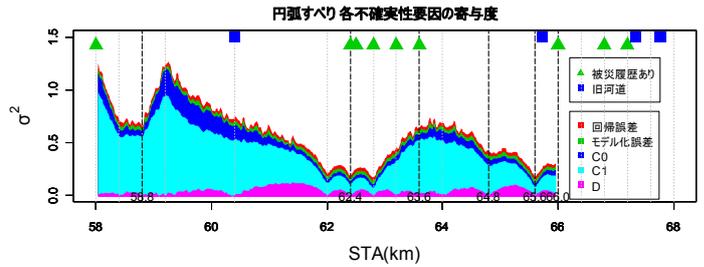
実堤防、実地盤調査データを用いて、信頼性解析を河川堤防へ適用することの可能性を検討した。信頼性解析法の一つの方法を示すことができたが、多くの課題があり、実用化へ向けては解決すべき課題が多い。以下に主な課題を列挙する。

- (1) 今回選んだ堤防堤体の土質は、粘性土質であった。このため堤体の安定解析では不飽和浸透の影響はほとんど見られなかった。堤体が砂質土の場合は、不飽和特性の効果など、さらに挙動が複雑となることが予想される。
- (2) 堤防の解析では、地盤データが他の構造物(例えば、橋脚基礎)と比較して著しく不足する。これは、堤体が歴史的な経緯を経た人工構造物であるため、自然地盤で仮定できるような連続性や均質性を仮定できないことに一因がある。
- (3) 堤防の設計法は制定されて設計法を確立していくうえで、日も浅く、十分な経験的な裏付けが得られた設計法とは言えない、未成熟な方法であることも事実である。本研究で取り上げた菊森(2008)の調査も、そのことを示している。特に非常常浸透流解析は、初期含水率や不飽和浸透に関する諸パラメータの設定で結果が大きく変化するので、この設計法が確立するには、今しばらくの試行錯誤が必要と考えられる。通常の設計計算法が現象の一次近似であるとするれば、信頼性設計法は平均値周りのばらつきを論じるので、言わば二次近似の問題であり、土質力学的に設計法の確立が待たれる。
- (4) 堤防は本来線状の構造物で、破堤するときはその最弱部分で破堤する。その意味で法線延長方向に連続的に信頼性解析を実施し、弱点を見出すことは重要である。今回は応答曲面を法線方向に補間するというアイデアにより法線方向に連続的に信頼性解析を拡張した。しかしこの他にもいくつかの補間方法は考えられ、それらを研究してゆく必要がある。

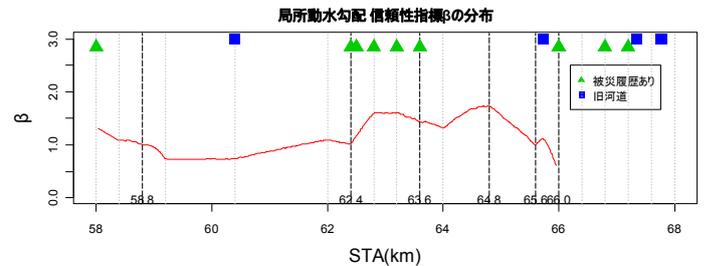
本研究では触れられなかったが、被害履歴の箇所数や地点、河川の流下能力分布とそれらの関係、被災履歴と築堤履歴の関係など、地盤工学的な計算以外の要素で、信頼性評価に役立てるべき情報は多く存在する。これらの情報をどのように信頼性解析に取り入れてゆくべきかについても今後の大きな課題である。



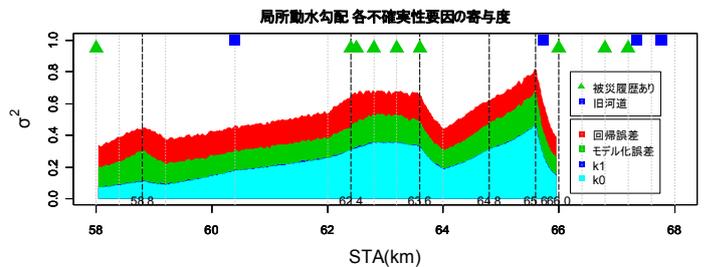
(a) 円弧すべり照査 信頼性解析結果



(b) 円弧すべり照査 不確実性の寄与度分布図



(c) 局所動水勾配照査 信頼性解析結果



(d) 局所動水勾配照査 不確実性の寄与度分布図

図-8 信頼性解析結果

参考文献

- 1) 国土技術研究センター(2002): 河川堤防の構造検討の手引き
- 2) 国土技術研究センター(2004): 中小河川における堤防点検・対策の手引き(案)
- 3) 国土交通省河川局治水課(2002): 河川堤防設計指針
- 4) 菊森佳幹(2008): 堤防の浸透破壊に対する安全性評価の精度向上に関する調査, 国土技術政策研究所資料, No.441
- 5) 宇野尚雄(2011): 河川堤防の現状と照査から見た対策の方向性, 基礎工 2011年7月号 pp.8-11, 株式会社総合土木研究所
- 6) 赤井浩一(1956): 浸透水流による盛土裏法面の局部破壊について, 土木学会論文集, 第36号 pp.45-49