

研究報告

液状化後の地盤内間隙水圧消散解析への自重圧密理論の適用 ～河川堤防の地震被害軽減策の合理化を目指して～



佐々木 康
JICE技術顧問
広島大学名誉教授



中山 修
河川政策グループ
研究主幹



柳畑 亨
河川政策グループ
主任研究員

はじめに

本文は、砂の圧密係数の変化を取り入れた、液状化後の間隙水圧消散過程の数値解析結果をまとめたものである。

活用できる最新の技術的知見を駆使した「河川構造物の耐震性能照査指針（案）・同解説」¹⁾が導入され、天端の残存標高を元にした堤防の耐震性能の評価がなされている。評価結果に基づく合理的な被害軽減方策が期待されているところである。とはいえ人智には限りがあるので、液状化時の堤防の変形予測手法のさらなる精度向上は、被害軽減の技術向上とともに永続的に取り組むべき課題である。



写真1 吉田川堤防（1978年宮城県沖地震）
東北地建提供



写真2 鳴瀬川木間塚堤防（2003年宮城県北部地震）
東北地整提供

研究の背景

1) 河川堤防の地震時被害予測における課題

1978年宮城県沖地震で被災した吉田川の堤防を写真1に示す²⁾。写真2に2003年宮城県北部地震で被災した鳴瀬川の木間塚地区堤防の損傷・変形状況を示す。

いずれの事例でも、縦断方向に複数の亀裂が生じ、堤防天端が沈下しており、堤防の下の土が液状化したことが原因で、このような変形が生じた、と考えられている。

木間塚堤防では、堤体の半分くらいの部分が水平方向にはらみ出し、天端近くで段差を生じて堤防天端が沈下している。

このような変状の原因は、土の液状化によるもので、木間塚堤防では吉田川堤防と異なり、事前降雨によって堤体内の含水量が増加していて、堤体の底面近くで液状化が起こったものと考えられている³⁾。

液状化した部分がどこにあるか、どれくらいの厚さであるかといったことが、堤防の変形形態に影響している。液状化した後の土の力学挙動が、堤防の地震時性能を予測する上で大変重要な役割を果たす、ということは広く知られたとおりである。

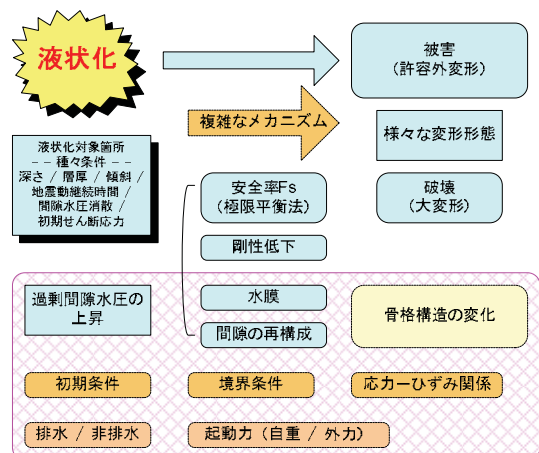


図-1 「液状化の発生」と「変形の進行」の模式図

液状化が堤防の変形に及ぼす影響は、大変複雑で完全には解明されていないが、実務の場では「有効応力の低下による強度の低下」あるいは「土の剛性の低下」を通じて堤防の変形程度が予測される。

しかし、現在用いられる解析手法では亀裂の生じる位置や亀裂の程度を予測できない。また、亀裂の入り方（変形形態）が残存機能に及ぼす影響も解明され尽くしてはいない。これらは堤防の被害予測における課題である。

また、変形がいつの時点で生じるかということも解明されていない課題の1つであり、初期せん断応力の影響が推定変形量に十分反映されていないという点も課題である。

こうした課題の解決につながる液状化後の土の変形特性（大きな変形・遅れ変形など）に関する重要な知識が近年明らかにされてきている。例えば、液状化によって上昇した間隙水圧が消散する過程で生じる「水膜」⁴⁾や「ダイレイタンシー効果」⁵⁾によってせん断変形が増大する現象である。

「水膜」は透水性の異なる土層が互層状に堆積しているとき、土層境界で間隙水の流れが局所的に滞留することによって生じる現象である。「ダイレイタンシー効果」の概念は、土に初期せん断応力が作用しているときに生じるせん断変形の増加の現象である。

いずれの新しい知見も『間隙水の流れ』が鍵である。間隙からの水の排出（結果＝圧縮量）や排出過程、すなわち液状化した状態での圧密挙動を正確に予測することが、地盤や土構造物の耐震性能（変形量）を予測する上で欠かせない。

2) ポスト液状化過程

ここで、ポスト液状化の状態を考えてみる（図2）。

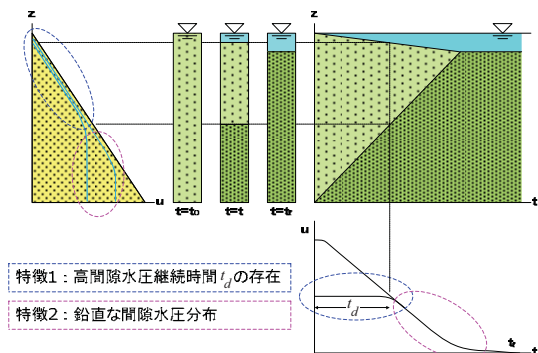


図-2 ポスト液状化過程における砂の再堆積概念図

今、均質な砂が、一様な初期密度で堆積して、地表まで地下水で飽和している単純な条件の場合を考える（ $t=t_0$ ）。ここに、 z ：深さ、 u ：間隙水圧、 t ：時間である。ここでは初期せん断応力の影響については考慮しない。

この地盤が全層にわたり液状化したとすると、このときの間隙水圧は三角形分布になる（ $z-u$ 関係図）。少し時間が経過する（ $t=t$ ）と、地表は少し沈下し、地盤深部では間隙比（密度）が変化する。最終的には（ $t=t_f$ ）地表は沈下し、地盤の密度はどの深さでも大きくなる。深さ方向の間隙水圧分布は、浅いところでは最初と同じく限界動水勾配で分布し、ある深さより深いところではほぼ鉛直の分布をして推移し、最終的にゼロとなる。

間隙水圧の時間変化（ $z-t$ 関係図）は、底面では排水開始（圧密開始）と同時に低下し始めるのに対し、ある深さのところではしばらくの間初期間隙水圧の値を保つ（正確には地表の沈下に応じて緩い勾配で低下しているが図ではその効果を見捨てる）。

ポスト液状化過程の間隙水圧変動に関して、2つの大事なポイントがある。

ひとつは、地盤の中には初期間隙水圧の値を保ったままの状態が継続する（高間隙水圧継続時間 t_d ）時間帯・領域があるという点である。この時間帯・領域では、土の骨格構造は最初の状態のままであり、圧縮は起こっていない。

2つ目の点は、 t_d を過ぎると間隙水圧が低下し始めるが、低下するときの間隙水圧はどの深さでもほぼ同じ大きさになっているということである。このことは、地盤の中の圧縮が起こっている領域では深さ方向の間隙水圧分布がほぼ鉛直になっていることを示している。

図3にKimらの遠心模型実験における間隙水圧の時刻歴⁶⁾を、図4に大林・佐々木の1G場模型実験における間隙水圧の時刻歴⁷⁾をそれぞれ示す。

どちらも、①高間隙水圧継続時間 t_d が存在していること、②間隙水圧消散の後半部分では深さによる間隙水圧の違いは少なくなっていること、の上述した2つの特徴を示していることが分かる。

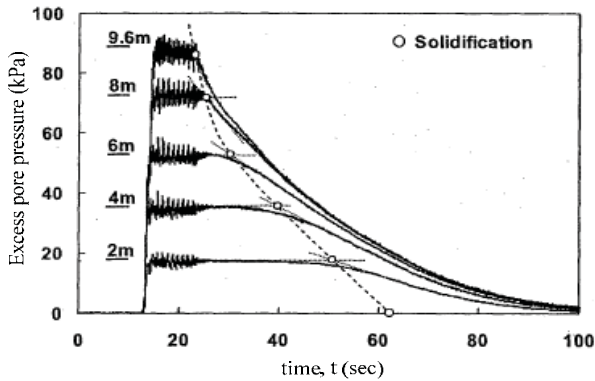


図3 遠心模型実験における間隙水圧の時刻歴 (Kimら 2009)

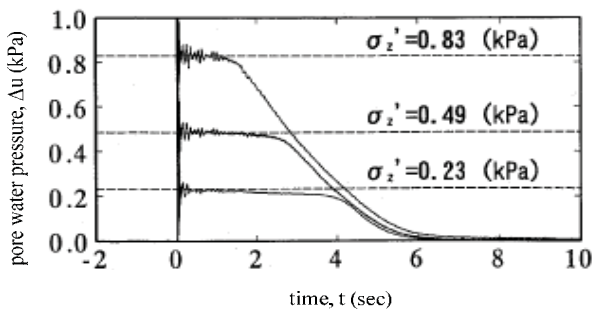


図-4 1G場模型実験における間隙水圧の時刻歴 (大林・佐々木 2001)

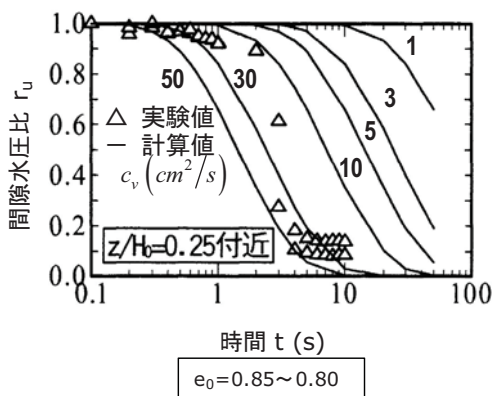


図-5 間隙水圧比～時間関係 (大林・佐々木 2001)

図2に示した間隙水圧変動を解析する手法としてテルツァギの圧密理論がある。図5は、大林らがテルツァギの圧密理論を用いて計算した間隙水圧比と実測値を比較したものである。計算では、圧密係数は一定という条件が用いられており、複数の線群は、圧密係数を変えたときの計算結果を示している。

この図から、ポスト液状化の圧密過程では、圧密係数が一定という条件では、実験結果を再現出来ないことが分かる。

間隙水圧の消散過程が忠実に追跡できなければ、液状化時点あるいはポスト液状化時に生じる変形量の予測精度向上は望めない。そこで、圧密係数が一定という条件を用いない『三笠の自重圧密理論』⁸⁾を用い、ポスト液状化状態の間隙水圧消散解析を試みる。

三笠の自重圧密理論の概要

テルツァギ理論では、①圧密係数は一定である、②粒子自重の影響を無視する、③厚さの変化を無視する、という仮定を置いているのに対し、三笠理論ではこれらのいずれの仮定も採用しない。

1) 圧密理論と差分式

三笠は、土の微小要素から排出される水の量と、骨格構造に作用する有効応力との関係を基にして、圧縮ひずみに関する基本方程式(1)を誘導した。

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} + \frac{dc_v}{d\varepsilon} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right)^2 - \frac{d}{d\varepsilon} (c_v m_v \gamma') \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \quad (1)$$

ここに、 ε : 圧縮ひずみ、 $c_v = k/m_v \gamma'$: 圧密係数、 m_v : 体積圧縮係数、 k : 透水係数、 γ' : 土の水中単位体積重量である。

式(2)に示す、テルツァギの圧密理論に基づく基本方程式と比較すると、三笠の自重圧密理論の基本方程式は、テルツァギ式に現れない第2項(圧密係数が一定でない影響)、第3項(自重の影響)を含んでいる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2)$$

三笠はさらに、厚さの変化を考慮するために、新たなパラメータである圧密比 ζ を導入し、ひずみに関する式(1)を圧密比に関する式(3)に書き換えた。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \zeta^2 \left\{ c_v \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z_0^2} + \frac{dc_v}{d\zeta} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z_0} \right)^2 - \frac{d}{d\zeta} (c_v m_v \gamma') \frac{\partial \zeta}{\partial z_0} \right\} \quad (3)$$

式(3)は解析的に解くことが出来ないため、差分方程式(4)に書き換え、式(5)によって、空間刻み、時間刻みごとの圧密比の変化を計算すれば、対象領域内の圧密比の時間変化を求めることが出来る。

$$\frac{\Delta \zeta_{z_0}}{\Delta t} = \zeta_{z_0}^2 \left\{ \frac{c_v}{\Delta z_0} \left(\frac{\zeta_{z_0+\Delta z_0} - \zeta_{z_0}}{\Delta z_0} - \frac{\zeta_{z_0} - \zeta_{z_0-\Delta z_0}}{\Delta z_0} \right) + \frac{dc_v}{d\zeta} \left(\frac{\zeta_{z_0+\Delta z_0} - \zeta_{z_0-\Delta z_0}}{2\Delta z_0} \right)^2 - \frac{d}{d\zeta} (c_v m_v \gamma') \left(\frac{\zeta_{z_0+\Delta z_0} - \zeta_{z_0-\Delta z_0}}{2\Delta z_0} \right) \right\} \quad (4)$$

$$\Delta \zeta_{z_0} = \frac{\Delta T \cdot n^2}{4} \zeta_{z_0}^2 \left\{ \phi(\zeta_{z_0}) (\zeta_{z_0+\Delta z_0} - 2\zeta_{z_0} + \zeta_{z_0-\Delta z_0}) + \frac{1}{4} \frac{d\phi(\zeta_{z_0})}{d\zeta} (\zeta_{z_0+\Delta z_0} - \zeta_{z_0-\Delta z_0})^2 - \frac{H_0}{2n} \frac{d}{d\zeta} (\phi(\zeta_{z_0}) m_v \gamma') (\zeta_{z_0+\Delta z_0} - \zeta_{z_0-\Delta z_0}) \right\} \quad (5)$$

ここに、 $T = c_v t / (H_0/2)^2$: 時間係数、 $\phi(\zeta) = c_v / c_{v_0}$: 圧密係数の変化関数、 n : 空間差分の分割数である。

2) 圧密されない領域

自重だけで圧密するとき、土層上面の圧密応力はゼロである。しかしながら、三笠理論では全層が液状化した状態(懸濁状態)においても、初期体積比に応じた有効応力(圧密降伏応力) p_0 を有していると考える。このとき、表層付近の圧密圧力が p_0 よりも小さいところでは、初期状態のままに残ることになる(実際には膨潤すると考えられる)。その深さを z_{01} とすれば、体積比 f の初期状態 f_0 が深さ方向に一樣な場合の自重圧密過程における z_{01} は、初期応力を p_0 として式(6)で表される。

$$z_{01} = \frac{p_0}{\gamma'_0} \quad (6)$$

z_{01} は通常小さい値であるが、本検討における差分計算では、空間差分 Δz は、 z_{01} を除いた層厚を用いている。

$$\Delta z_0 = \frac{H_0 - z_{01}}{n}$$

3) 計算条件

三笠ならびに高田⁹⁾に従って、排水に伴う体積比の変化(圧密)に関する応力ひずみ関係ならびに圧密係数の変化特性を次のように仮定する。

$$f = f_0 - C_c \log_{10} \frac{p}{p_0} \quad (7)$$

$$f = f_0 - C_{c_v} \log_{10} \frac{c_v}{c_{v_0}} \quad (8)$$

ここに、 f : 体積比 ($f = 1 + e$)、 c_v : 圧密係数、 c_{v_0} : 初期圧密係数、 C_c : $f - \log p$ 関係を表す直線の勾配、 C_{c_v} : $f - \log c_v$ 関係を表す直線の勾配である。

式(8)は、圧密係数の変化の様子を示す式である。砂の圧縮過程における物性変化についての実測データは少なく、この式の適用範囲は不明であるが、その解決は将来の課題としてとりあえずこのように仮定することとする。

さらに、層厚 H_0 の土層の底面における圧密係数が片面排水条件で自重圧密を完了したときの最終圧密係数を c_{v_f} と表し、次の関係を仮定する。

$$c_{v_f} = \delta c_{v_0} \quad (\delta > 1) \quad (9)$$

式(8)と式(9)から、

$$C_{c_v} = \frac{f_0 - f_f}{\log_{10} \delta} \quad (10)$$

さて、このように準備してみると差分式(5)中の各係数は、以下のように全て定まるから、初期条件、境界条件を与えれば、ポスト液状化過程の間隙水圧が計算できることとなる¹⁰⁾。

$$\Delta T = \frac{c_v \Delta t}{\left(\frac{H_0}{2} \right)^2} \quad (11)$$

$$\phi(\zeta) = \frac{c_v}{c_{v_0}} = \exp \left\{ \frac{f_0}{0.4343 C_{c_v}} \left(1 - \frac{1}{\zeta} \right) \right\} \quad (12)$$

$$\frac{d\phi(\zeta)}{d\zeta} = \frac{f_0}{0.4343 C_{c_v}} \frac{1}{\zeta^2} \phi(\zeta) \quad (13)$$

$$\frac{d}{d\zeta}(\phi(\zeta)m_v\gamma') = \frac{d\phi(\zeta)}{d\zeta}m_v\gamma' + \frac{d(m_v\gamma')}{d\zeta}\phi(\zeta) \quad (14)$$

$$m_v\gamma' = \frac{0.4343C_c}{f_0 p} \zeta^2 \gamma'_0 \quad (15)$$

$$\frac{d}{d\zeta}(m_v\gamma') = -\left(1 - \frac{0.8686C_c}{f_0} \zeta\right) \frac{\gamma'_0}{p} \quad (16)$$

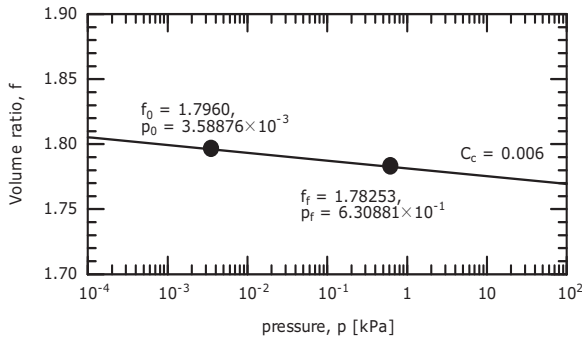


図-6 計算に用いた $f - \log p$ 関係図

初期条件として、体積比は相対密度50%の豊浦砂に相当する $f_0 = 1.796$ とし、圧縮指数は吉見らの実験結果¹¹⁾を参考にして $f - \log p$ の直線関係における $C_c = 0.006$ とした。また、地盤の初期厚さは大林・佐々木の実験から14cmとした。図7に計算に用いた初期条件の模式図を示す。

計算における空間刻みは $n = 1/200$ とし、時間刻みは $\delta = 2$ から $\delta = 256$ の時に、 $\Delta T = 1/1,000,000$ から $\Delta T = 1/50,000,000$ とした。

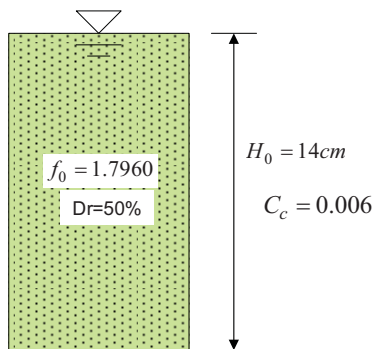


図-7 計算に用いた初期条件

試算結果

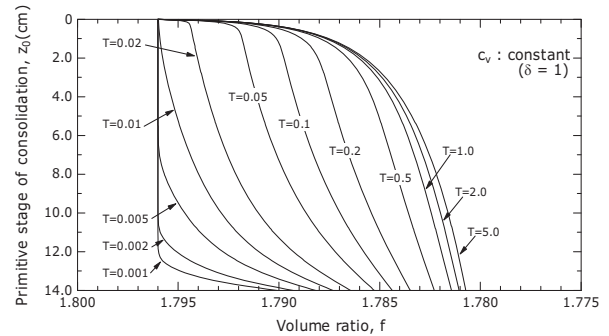


図-8 自重圧密の体積比等時線 ($c_v = \text{一定}$)

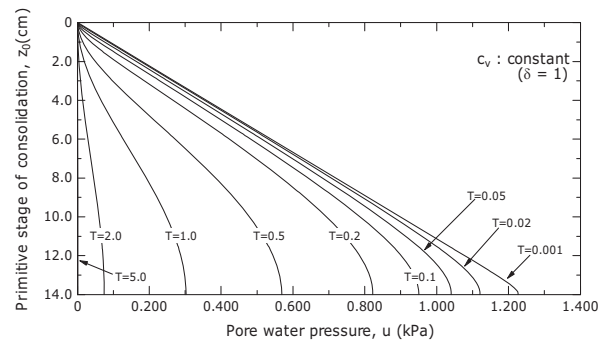


図-9 自重圧密の過剰間隙水圧等時線 ($c_v = \text{一定}$)

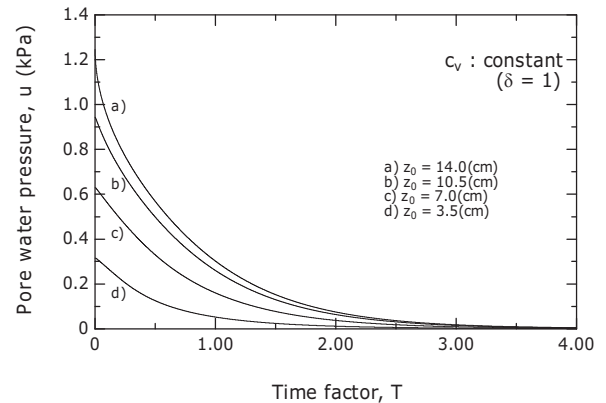


図-10 過剰間隙水圧の時刻歴 ($c_v = \text{一定}$)

1) 圧密係数 c_v が一定の場合

図8は、縦軸に深さの原始座標 z_0 、横軸に体積比 $f (= 1+e)$ を左方向に正の方向にとり、時間係数 T 毎の体積比 f の変化の様子を示したものである。

図8から、 $T < 0.01$ の段階までは、体積比 f が初期値(f_0)のままの状態であることが再現されている。体積比 f が初期値(f_0)のままということは、この時間内には骨格構造の圧縮が生じていない、すなわち土粒子の骨格は初期状態のままであり、この塊が下方に移動する沈降状態を再現できていることが分かる。

図9は、間隙水圧の深さ方向分布（空間分布）を示したものである。縦軸は深さ z_0 、横軸は過剰間隙水圧 u を示している。この図から、 $T > 0.01$ となる早い段階から過剰間隙水圧がどの深さにおいても初期状態に比べて消散し始めていることが分かる。

図10に過剰間隙水圧の時刻歴を示す。間隙水圧の時間的な変化を示している図10から、高間隙水圧継続時間 $T_d = 0.01$ は圧密（間隙水圧消散）に要する全体時間に比べ、無視できる程さわめて小さく、時間係数 T の増加（時間の経過）とともにどの深さにおいても一斉に間隙水圧が消散していることが分かる。

すなわち、圧密係数 c_v 一定という仮定で解析した場合には、図3や図4に示した実験結果で観察される高間隙水圧継続時間の存在や、堆積領域の中での間隙水圧分布が深さ方向にあまり変化しない（ほぼ鉛直分布になっている）という事柄を再現できないことが分かる。

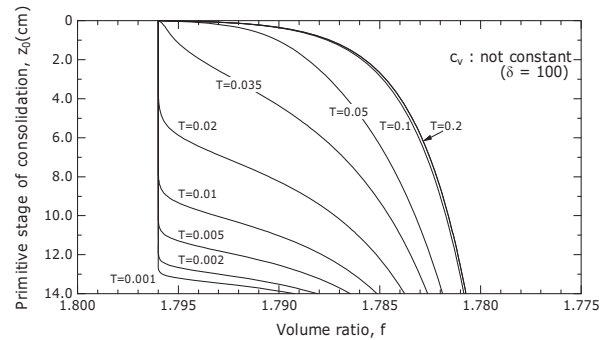


図-11 自重圧密の体積比等時線 ($c_v \neq$ 一定)

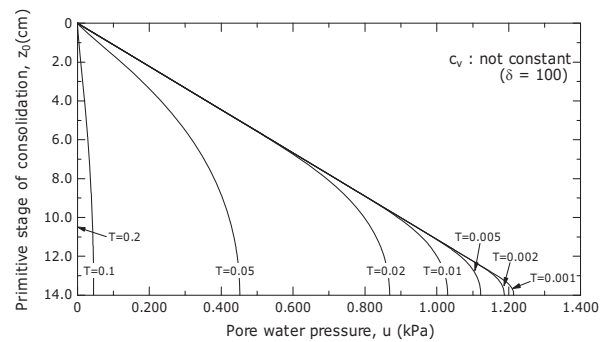


図-12 自重圧密の過剰間隙水圧等時線 ($c_v \neq$ 一定)

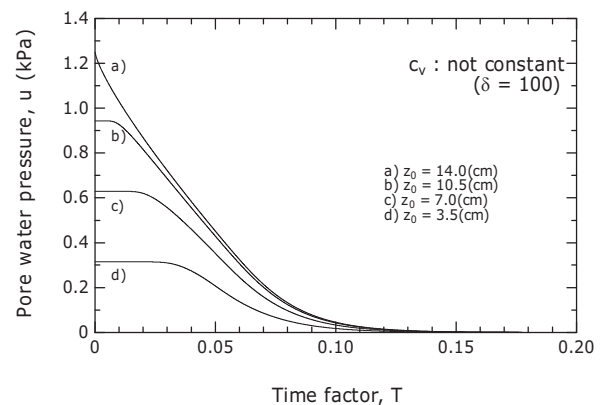


図-13 過剰間隙水圧の時刻歴 ($c_v \neq$ 一定)

2) 圧密係数 c_v が変化する場合 ($\delta = 100$)

図11は c_v が変化する場合 ($\delta = 100$) の体積比等時線である。

図11から、圧密係数 c_v が変化する場合の $z_0 - f$ 関係は、定性的には圧密係数 c_v が一定の場合（図8）と同じであるが、体積比 f が初期値 (f_0) のまま継続する時間は、 $T = 0.035$ と長くなっていることが分かる。

図12は間隙水圧等時線である。図12から、 $T < 0.035$ の時間内では、地盤内に初期間隙水圧のままの状態の領域が継続していることが分かる。初期間隙水圧のままの状態の領域の厚さは、時間の経過とともに上方に薄くなっている。

また、間隙水圧がどの深さでもほとんどゼロになる消散終了時間は $T = 0.2$ 程度で、圧密係数 c_v が一定の場合（図9）での $T = 5.0$ と比べ短くなっており、高間隙水圧継続時間が全体の圧密時間に占める割合は、圧密係数 c_v が一定の場合での $0.2\% (= 0.01 / 5.0)$ から、 $17.5\% (= 0.035 / 0.2)$ へと大きくなっていることが分かる。

図13は間隙水圧の時刻歴である。図13においては、高間隙水圧継続時間の存在が顕著に再現されており、しかも堆積領域の間隙水圧は深さによる差異が小さく、ほぼ鉛直に近い間隙水圧分布形状になっていることが分かる。

この結果は、図3や図4に示した実験時に観察される事実をうまく表現できており、ポスト液状化地盤における間隙水圧消散過程の検討においては、圧密係数の変化を考慮する必要があることが明瞭に示されている。

次に時間係数に関する次式

$$T = c_{v0} t / (H_0/2)^2 \quad (17)$$

を用いて、解析結果と大林・佐々木の実験結果から求まる c_v の値を吟味してみる。

実験結果から高間隙水圧継続時間 t_d を読み取ると、 $z_0/H_0 = 0.25, 0.50, 0.75$ の深さでそれぞれ $t_d = 2.229, 1.371, 0.774$ (秒) である。これに対し、試算結果から得られる間隙水圧が低下し始めるときの T ($\Delta u < 10^{-2}$ kPa となった時の T) は、それぞれの深さで $T_d = 0.0325, 0.0203, 0.00901$ である。これらの3組の t_d と T_d 及び式(17)から、 $z_0/H_0 = 0.25, 0.50, 0.75$ の深さに相当する c_{v0} がそれぞれ $c_{v0} = 0.715, 0.724, 0.573$ と得られる。

一方、それぞれの深さにおいて間隙水圧比が初期の値の75%、50%、25%に達するときの T が試算結果から得られているから、これと上に得られた c_{v0} を用いて時間係数 T を式(17)を用いて実時間 t (秒) に換算できる。

図14はこのようにして求めた試算結果と実験結果⁷⁾の比較例である。この図からポスト液状化過程においては、圧密係数は100倍～250倍程度に変化すると考えなければ、間隙水圧消散過程は正確に予測できないことが分かる。

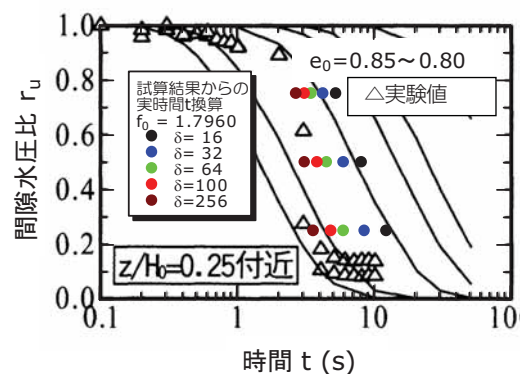


図-14 解析結果と実測結果の比較例
(図-5を修正・加筆)

まとめ

以上の検討結果をまとめると、次のようである。

- ①ポスト液状化過程には、骨格構造が変化しないまま塊として水中を沈降する過程と、骨格構造が圧縮される堆積過程の2つがある。
- ②自重圧密理論によれば、この2つの過程を1つの式で連続して表現できる基本式が得られる。
- ③圧密過程中の圧密係数の変化を考えなければ、このような2つの過程はうまく再現できない。圧密過程中の圧密係数が100～250倍程度に変化する場合には、既往の実験で観察された事実を再現できる。
- ④自重圧密計算には、排水に伴う有効応力の回復と圧縮ひずみの関係を表す『砂の圧縮特性』の適切な表現が必要である。
- ⑤本検討では、砂の圧縮特性に関する知見が少ないことから $f - \log p$ ならびに $f - \log c_v$ の直線関係を仮定したが、液状化時の有効応力 p がゼロ近傍の状態においてこの関係が保持されるかどうかは不明で、将来の解明すべき課題である。

⑥特に、初期せん断応力が作用しているときのダイレイタンシー効果を含めた圧縮・膨順特性についてはほとんど明らかになっていないので、この面からの検討が望まれる。

参考文献

- 1) 国土交通省河川局治水課 (2007) : 河川構造物の耐震性能照査指針 (案)・同解説
- 2) 例えば 佐々木康 (2006) : 堤防の地震災害と災害軽減工学、JICE レポート、vol.9/ 06.03、pp.85-96
- 3) 中山修・鈴木善友: 宮城県北部地震による堤防の被災メカニズム、JICEレポート、vol.7/ 05.03、pp.7-14
- 4) T. Kokusho (2002): Mechanism for post-liquefaction water film generation in layered sand, J.GGE, ASCE 128(2), pp.129-137
- 5) N. Sento, M. Kazama, R. Uzuoka, H. Ohmura and M. Ishimaru (2004): Possibility of postliquefaction flow failure due to seepage, JGGE ASCE, Vol. 130 No. 7, pp.707-716
- 6) Sung-Ryul Kim, Jae-ik Hwang, Hon-Yim Ko and Myoung-Mo Kim (2009): Development of dissipation model of excess pore pressure in liquefied sandy ground, J.GGE, ASCE 135(4), pp.544-554
- 7) 大林淳・佐々木康 (2001) : ポスト液状化地盤の堆積圧縮特性とボーリング継続時間、土木学会論文集、No.680/ III-55、pp.169-182
- 8) 三笠正人 (1963) : 「軟弱粘土の圧密 - 新圧密理論とその応用 - 」鹿島研究所出版会
- 9) 高田直俊 (1983) : 軟弱地盤の自重圧密過程の数値解析、土木学会論文集、No.334、pp.113-121
- 10) Y. Sasaki and T. Yanagihata (2010) : Pore water pressure dissipation in a post-liquefaction state of sand deposit considering the change of consolidation coefficient, 4th Japan-Taiwan Joint Workshop on Geotechnical Hazards from Large Earthquakes and Heavy Rainfalls Sendai, Japan, pp.339-348
- 11) Y. Yoshimi, F. Kuwabara and K. Tokimatsu (1975): One-dimensional Volume Change Characteristics of Sands under Very Low Confining Stress, Soils and Foundations, JSSMFE, Vol.15, No.3, pp.51-60